

Вариант 1

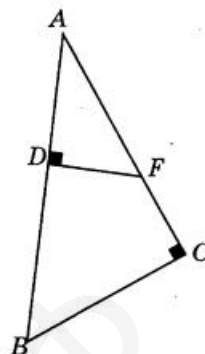
Часть 1

1. Среди приведенных ниже троек чисел определите тройку чисел, пропорциональных числам 1, 4 и 5.

1. 2, 4, 5;
2. 2, 8, 10;
3. 1, 4, 10;
4. 2, 8, 5.

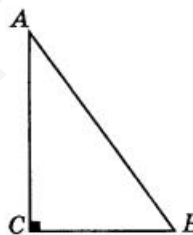
2. Прямоугольные треугольники ABC и FDA подобны. Определите, какая из записей пропорциональности всех пар сходственных сторон является верной.

1. $\frac{AD}{AB} = \frac{DF}{AC} = \frac{AF}{CB}$;
2. $\frac{AF}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{AD}{CB}$;
3. $\frac{AF}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DF}{CB}$;
4. $\frac{AF}{AD} = \frac{AC}{AB} = \frac{BC}{DF}$.



3. Дан прямоугольный треугольник ABC ($\angle C$ — прямой). В ответах выберите и подчеркните верное определение косинуса острого угла B .

1. $\cos B = \frac{CB}{AC}$;
2. $\cos B = \frac{CB}{AB}$;
3. $\cos B = \frac{AC}{AB}$;
4. определить невозможно.

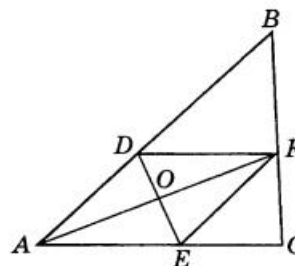


4. Определите, вершинами какого четырехугольника являются середины сторон ромба, отличного от квадрата.

1. Параллелограмм, отличного от прямоугольника и ромба;
2. прямоугольника, отличного от квадрата;
3. ромба, отличного от квадрата;
4. квадрата.

5. В треугольник ABC вписан ромб $ADFE$ так, что угол A у них общий, а противоположная ему вершина F лежит на стороне BC . Диагонали ромба равны 8 см и 6 см. Найдите отношение $BF : FC$, если $AB = 15$ см.

1. 2 : 3;
2. 1 : 3;
3. 2 : 1;
4. 1 : 2.

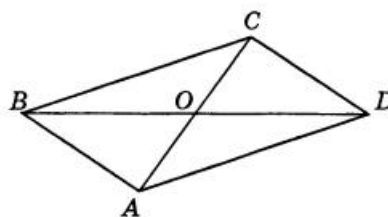


Часть 2

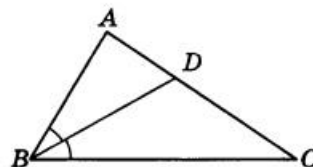
6. Треугольники ABC и FDG подобны. Площадь треугольника FDG составляет $\frac{4}{9}$ площади треугольника ABC . Найдите коэффициент подобия этих треугольников.

7. Треугольники ABC и FDG подобны и их сходственные стороны относятся, как 5 : 3. Найдите периметр треугольника ABC , если периметр треугольника FDG равен 18 см.

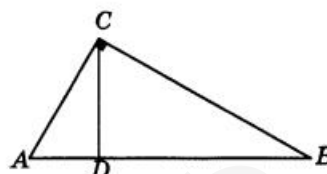
8. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC перпендикулярна стороне CD . Найдите тупой угол между диагоналями, если диагонали AC и BD равны 6 см и $6\sqrt{2}$ см соответственно.



9. В треугольнике ABC проведена биссектриса BD . Точка D делит сторону AC на отрезки AD и DC соответственно равные 3 см и 5 см. Найдите сторону AB , если сторона BC равна 10 см.



10. Высота CD прямоугольного треугольника ABC , проведенная из вершины прямого угла C , делит гипотенузу AB на отрезки AD и DB . Найдите высоту CD , если $AB = 26$ см, $AD = 8$ см.

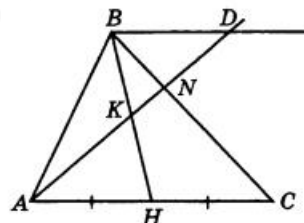


11. Диагональ квадрата равна 26 см. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон квадрата.

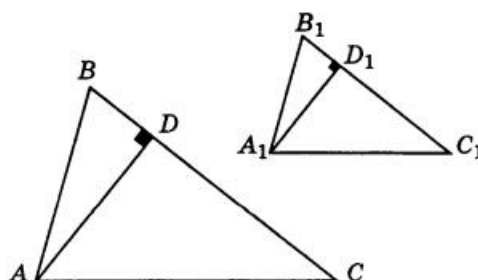
12. Диагональ AC ромба $ABCD$ равна 24 см. Середина стороны AB — точка K — соединена с вершиной D и пересекает диагональ AC в точке M . Найдите длину отрезка MC .

Часть 3

13. Через вершину B треугольника ABC проведена прямая BD , параллельная AC . Через точку N , лежащую на стороне BC , проведен луч AN , пересекающий эту прямую в точке D , а медиану BH в точке K . В каком отношении точка K делит медиану BH , если $BN : NC = 1 : 2$?



14. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны и их стороны BC и B_1C_1 сходственные. Высота AD треугольника ABC относится к его стороне CB , как 2 : 3. Найдите отношение стороны C_1B_1 треугольника $A_1B_1C_1$ к его высоте A_1D_1 .



15. Докажите, что в прямоугольном треугольнике проекции катетов на гипотенузу относятся как квадраты катетов.

Вариант 2

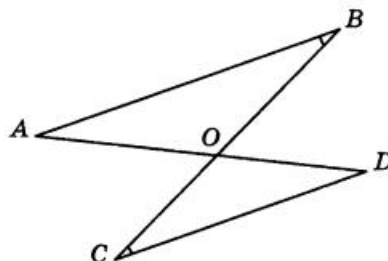
Часть 1

1. Среди приведенных ниже троек чисел определите тройку чисел, пропорциональных числам 2, 3 и 4.

1. 2, 3, 8;
2. 2, 6, 4;
3. 4, 6, 12;
4. 6, 9, 12.

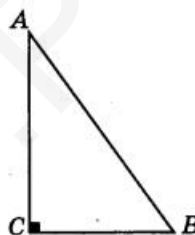
2. Треугольники ABO и DCO подобны и $\angle OCD = \angle OAD$. Определите, какая из записей пропорциональности всех пар сходственных сторон является верной.

1. $\frac{CD}{AB} = \frac{CO}{BO} = \frac{DO}{AO}$;
2. $\frac{CO}{AB} = \frac{OD}{BO} = \frac{CD}{AO}$;
3. $\frac{OD}{AB} = \frac{CD}{BO} = \frac{CO}{AO}$;
4. $\frac{OD}{OC} = \frac{OB}{AO} = \frac{OD}{AB}$.



3. Дан прямоугольный треугольник ABC ($\angle C$ — прямой). В ответах выберите и подчеркните верное определение синуса острого угла A .

1. $\sin A = \frac{CB}{AC}$;
3. $\sin A = \frac{AC}{AB}$;
2. $\sin A = \frac{CB}{AB}$;
4. определить невозможно.

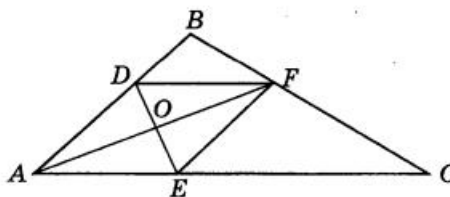


4. Определите, вершинами какого четырехугольника являются середины сторон прямоугольника.

1. Параллелограмм, отличного от прямоугольника и ромба;
2. прямоугольника, отличного от квадрата;
3. ромба, отличного от квадрата;
4. квадрата.

5. В треугольник ABC вписан ромб $ADFE$ так, что угол A у них общий, а противоположная ему вершина F лежит на стороне треугольника BC . Диагонали ромба равны 12 см и 16 см. Найдите отношение $BF : FC$, если $AB = 15$ см.

1. 2 : 3;
2. 1 : 2;
3. 2 : 1;
4. 3 : 2.

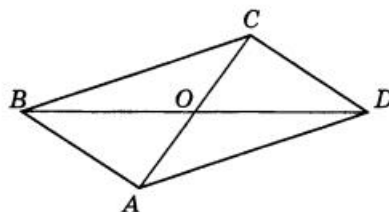


Часть 2

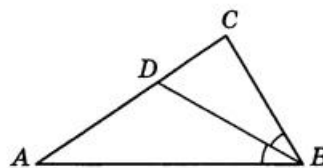
6. Треугольники ABC и FDG подобны. Площадь треугольника FDG составляет $\frac{1}{4}$ площади треугольника ABC . Найдите коэффициент подобия этих треугольников.

7. Треугольники ABC и FDG подобны и их сходственные стороны относятся, как 4 : 3. Найдите периметр треугольника ABC , если периметр треугольника FDG равен 42 см.

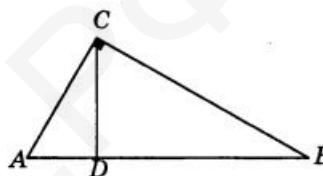
8. В параллелограмме $ABCD$, сторона CD которого равна $4\sqrt{3}$ см, диагональ AC перпендикулярна стороне CD . Найдите тупой угол между диагоналями, если диагональ AC равна 8 см.



9. В треугольнике ABC со сторонами 10 см, 15 см и 17 см проведена биссектриса BD к большей стороне AC . Найдите меньший из отрезков, на которые точка D делит сторону AC .



10. Высота CD прямоугольного треугольника ABC , проведенная из вершины прямого угла, делит гипотенузу AB на отрезки AD и DB . Найдите катет AC , если $AB = 16$ см, $BD = 7$ см.



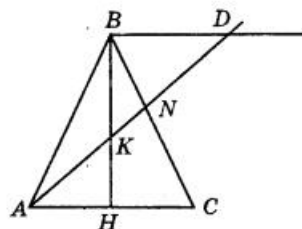
11. Диагональ равнобедренной трапеции равна 26 см. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон трапеции.

12. Диагональ BD прямоугольника $ABCD$ равна 24 см. Середина стороны AB — точка K — соединена с вершиной D и пересекает диагональ AC в точке M . Найдите длину отрезка AM .

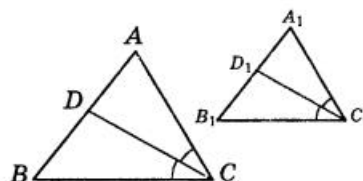
Часть 3

13. Докажите, что если диагонали четырехугольника $ABCD$ взаимно перпендикулярны, то $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$.

14. Через вершину B равнобедренного треугольника ABC проведена прямая AD , параллельная основанию AC . Через точку K — середину высоты BH — проведен луч AK , пересекающий эту прямую в точке D , а сторону BC в точке N . В каком отношении точка N делит сторону BC ?



15. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны и их стороны AB и A_1B_1 сходственные. Биссектриса CD треугольника ABC относится к его стороне AB , как 2 : 3. Найдите отношение стороны A_1B_1 треугольника $A_1B_1C_1$ к его биссектрисе C_1D_1 .



Ответы и решения.

Вариант 1

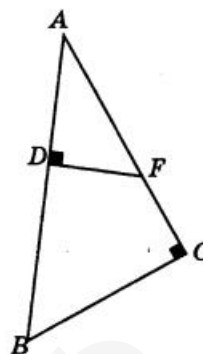
Часть 1

1. Ответ: 2.

Решение. Тройка чисел 2, 8, 10 пропорциональна числам 1, 4 и 5, так как $\frac{2}{1} = \frac{8}{4} = \frac{10}{5} = 2$.

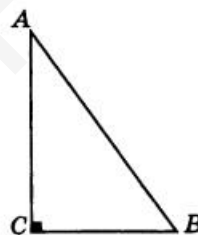
2. Ответ: 3.

Решение. Прямоугольные треугольники ABC и FDA подобны и при этом $\angle ACB = \angle ADF$, как прямые, $\angle CAB = \angle DAF$ — общий, $\angle ABC = \angle AFD$ по теореме о сумме углов треугольника. Значит, стороны AF и AB , AD и AC , DF и CB составляют пары сходственных сторон и они пропорциональны. Следовательно, $\frac{AF}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DF}{CB}$.



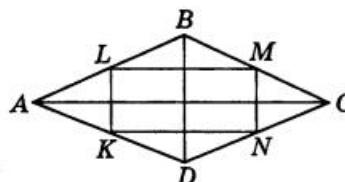
3. Ответ: 2.

Решение. Косинусом острого угла B прямоугольного треугольника ABC является отношение прилежащего катета CB к гипотенузе AB : $\cos B = \frac{CB}{AB}$.



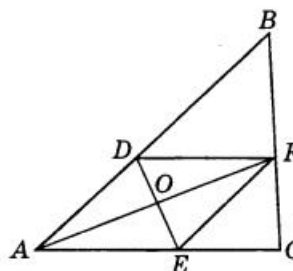
4. Ответ: 2.

Решение. Стороны четырехугольника $KLMN$, вершинами которого являются середины сторон ромба $ABCD$, попарно параллельны его диагоналям по теореме о средней линии треугольника. Стороны KL и MN параллельны его диагонали BD , а стороны LM и KN параллельны диагонали AC . Следовательно, четырехугольник $KLMN$ — параллелограмм. Так как диагонали AC и BD ромба перпендикулярны, то углы параллелограмма прямые, т. е. параллелограмм $KLMN$ — прямоугольник. Ромб $ABCD$ отличен от квадрата, значит, его диагонали AC и BD не равны, поэтому не равны и соседние стороны KL и LM прямоугольника. Следовательно, прямоугольник $KLMN$ не является квадратом.



5. Ответ: 3.

Решение. Найдем сторону ромба $ADFE$. Так как диагонали ромба перпендикулярны и точкой пересечения O делятся пополам, то треугольник AOD — прямоугольный и его стороны AO и OD соответственно равны 3 см и 4 см. Отсюда гипотенуза AD равна 5 см по теореме Пифагора. У ромба $ADFE$ противоположные стороны DF и AE параллельны. Значит, треугольники ABC и DBF подобны по первому признаку подобия треугольников. Сторона AB треугольника ABC равна 15 см, а отрезок AD равен 5 см, следовательно, отрезок BD равен 10 см. Из подобия треугольников следует: $\frac{BD}{AD} = \frac{BF}{FC}$; $\frac{BF}{FC} = \frac{10}{5} = 2$, то $BF : FC = 2 : 1$.



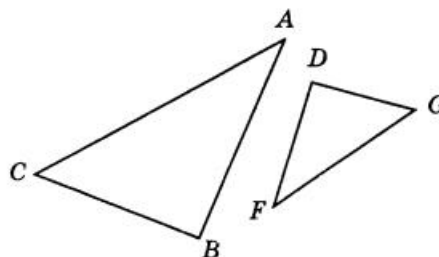
Часть 2

6. Ответ: $\frac{2}{3}$.

Решение. По условию треугольники ABC и FDG подобны, значит, $\frac{S_{ABC}}{S_{FDG}} = k^2 = \frac{4}{9}$. Следовательно, $k = \frac{2}{3}$.

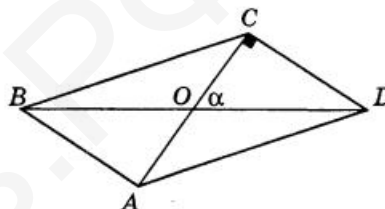
7. Ответ: 30.

Решение. По условию треугольники ABC и FDG подобны, значит, $AB = kFD$; $BC = kDG$; $AC = kFG$. Отсюда, $P_{ABC} = kP_{FDG}$. По условию $k = \frac{5}{3}$. Следовательно, но, $P_{ABC} = \frac{5}{3} \cdot 18 = 30$ (см).



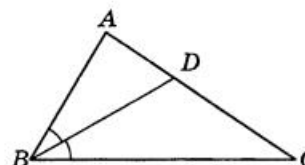
8. Ответ: 135.

Решение. Так как диагональ AC перпендикулярна стороне CD , то треугольник OCD — прямоугольный, в котором катет OC равен 3 см, гипотенуза OD равна $3\sqrt{2}$ см. Обозначим угол COD буквой α ; $\cos \alpha = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, следовательно, $\angle COD = 45^\circ$.
Значит, $\angle BOC = 135^\circ$.



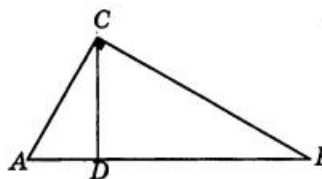
9. Ответ: 6.

Решение. Так как BD — биссектриса треугольника ABC , то по свойству биссектрисы треугольника $\frac{AD}{AB} = \frac{CD}{BC}$; $\frac{3}{AB} = \frac{5}{10}$, отсюда, $AB = \frac{30}{5} = 6$ (см).



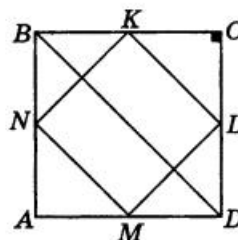
10. Ответ: 12.

Решение. По условию $AB = 26$ см, $AD = 8$ см, значит, $DB = 18$ см. Высота CD прямоугольного треугольника ABC по свойству высоты прямоугольного треугольника равна $CD = \sqrt{AD \cdot DB} = \sqrt{18 \cdot 8} = 12$ (см).



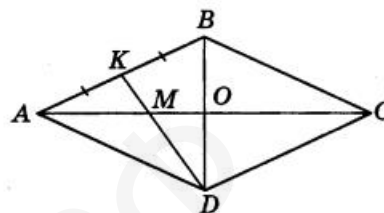
11. Ответ: 52.

Решение. По условию диагональ квадрата $ABCD$ равна 26 см. В треугольнике BCD точки K и L — середины сторон BC и CD соответственно, следовательно, отрезок KL — средняя линия треугольника BCD и равна 13 см. Аналогично, отрезок NM — средняя линия треугольника ABD и равна 13 см. Значит, четырехугольник $KLMN$ — параллелограмм. В квадрате диагонали равны, значит, в параллелограмме $KLMN$ все стороны равны, тогда четырехугольник $KLMN$ — ромб. В квадрате диагонали перпендикулярны, следовательно, углы ромба $KLMN$ — прямые. Значит, ромб $KLMN$ — квадрат; $P_{KLMN} = 4KL = 52$ (см).



12. Ответ: 16.

Решение. В треугольнике ABD отрезки DK и AO — медианы, так как в первом случае $AK = KB$, а во втором точка O является точкой пересечения медиан ромба. Следовательно, точка M является точкой пересечения медиан DK и AO и делит отрезок AO в отношении $2:1$, считая отрезок от вершины A . Отсюда отрезок $MO = \frac{1}{3}AO = \frac{1}{6}AC = 4$ (см); $MC = MO + OC = 4 + 12 = 16$ (см).

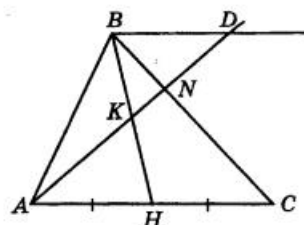


Часть 3

13. Ответ: 1:1.

Решение. Углы DAC и ADB равны как накрест лежащие при параллельных прямых AC и BD и секущей AD . Углы ANC и DNB равны как вертикальные. Следовательно, треугольники ANC и DNB подобны по двум углам. Так как $BN:NC = 1:2$, то $BD = \frac{1}{2}AC$, т. е. $AN = BD$.

Углы AHB и DBH равны как накрест лежащие при параллельных прямых AC и BD и секущей BH . Треугольники KAH и KDB равны по стороне и прилежащим углам ($AN = BD$, $\angle AHB = \angle DBH$, $\angle DAC = \angle ADB$). Следовательно, $KH = KB$, значит, точка K делит медиану BH пополам.



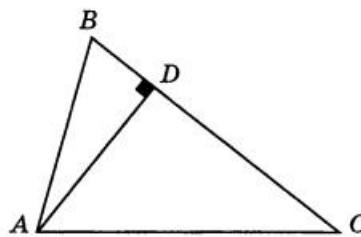
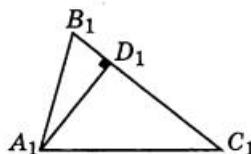
14. Ответ: 3:2.

Решение. По условию треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны и их стороны BC и B_1C_1 сходственны, значит, $\frac{BC}{B_1C_1} = k$; $BC = kB_1C_1$. Кроме того, $AD = \frac{2}{3}BC = \frac{2kB_1C_1}{3}$; $S_{ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD$; $S_{A_1B_1C_1} = \frac{1}{2}B_1C_1 \cdot A_1D_1$.

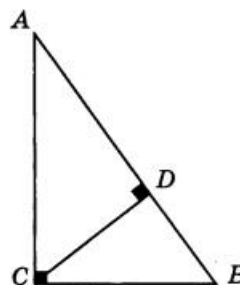
Отсюда, по теореме об отношении площадей подобных фигур $\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$; $\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{BC \cdot AD}{B_1C_1 \cdot A_1D_1}$;

$$k^2 = \frac{BC \cdot AD}{B_1C_1 \cdot A_1D_1} = \frac{kB_1C_1 \cdot \frac{2kB_1C_1}{3}}{B_1C_1 \cdot A_1D_1}; 1 = \frac{2B_1C_1}{3A_1D_1}; \frac{3}{2} = \frac{B_1C_1}{A_1D_1}.$$

Таким образом, сторона C_1B_1 треугольника $A_1B_1C_1$ относится к его высоте A_1D_1 как 3:2.



15. Решение. Треугольники BDC и ADC — прямоугольные, так как $CD \perp AB$. Обозначим $\angle A$ буквой α . Тогда, $AD = AC \cdot \cos \alpha$; $BD = BC \cos(90^\circ - \alpha)$; $\cos \alpha = \frac{AC}{AB}$; $\cos(90^\circ - \alpha) = \frac{BC}{AB}$; получим: $AD = AC \cdot \frac{AC}{AB} = \frac{AC^2}{AB}$; $BD = BC \cdot \frac{BC}{AB} = \frac{BC^2}{AB}$; $\frac{BD}{AD} = \frac{BC^2}{AC^2}$.



Вариант 2

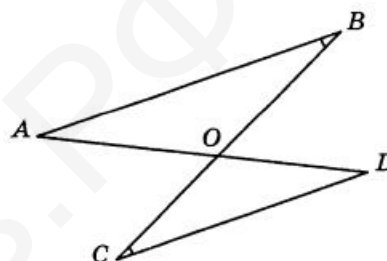
Часть 1

1. Ответ: 4.

Решение. Тройка чисел 6, 9, 12 пропорциональна числам 2, 3 и 4, так как $\frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = 3$.

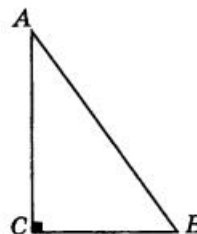
2. Ответ: 1.

Решение. Треугольники AOB и COD подобны и при этом $\angle OCD = \angle OAD$ по условию, $\angle AOB = \angle COD$ как вертикальные, $\angle BAO = \angle CDO$ по теореме о сумме углов треугольника. Значит, стороны AO и OD , BO и CO , AB и DC составляют пары сходственных сторон и они пропорциональны. Следовательно, $\frac{DO}{AO} = \frac{CO}{BO} = \frac{CD}{AB}$.



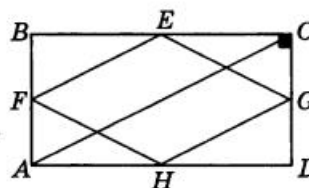
3. Ответ: 2.

Решение. Синусом острого угла A прямоугольного треугольника ABC является отношение противолежащего катета CB к гипотенузе AB : $\sin B = \frac{CB}{AB}$.



4. Ответ: 3.

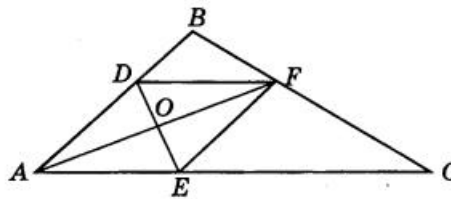
Решение. Стороны четырехугольника $FEGH$, вершинами которого являются середины сторон прямоугольника $ABCD$, равны. Стороны FE и HG параллельны его диагонали AC , а стороны EG и FH параллельны диагонали BD . Диагонали прямоугольника равны, следовательно, четырехугольник $FEGH$ — ромб. Но квадрат тоже ромб. Прямоугольные треугольники FBE , ECG , GDH и HAF равны по двум катетам. Так как у прямоугольника $ABCD$ соседние стороны не равны (для определенности $BC > AB$), то у этих треугольников острые углы не равны, причем углы BEF и CEG меньше углов EFB и EGC . Значит, $\angle BEF + \angle CEG < 90^\circ$ и $\angle EFB + \angle EGC < 90^\circ$. Тогда угол FEG равен разности развернутого угла с вершиной в точке E и углов BEF и CEG , т. е. $\angle FEG = 180^\circ - (\angle BEF + \angle CEG) > 180^\circ - 90^\circ > 90^\circ$. Аналогично доказывается, что $\angle EGH < 90^\circ$. Таким образом, доказано, что четырехугольник $FEGH$ имеет равные стороны и его углы не равны 90° , следовательно, четырехугольник $FEGH$ — ромб.



5. Ответ: 2.

Решение. Найдем сторону ромба $ADFE$. Так как диагонали ромба перпендикулярны и точкой пересечения O делятся пополам, то треугольник AOD — прямоугольный и его стороны AO и OD соответственно равны 6 см и 8 см. Отсюда гипотенуза AD равна 10 см по теореме Пифагора. У ромба $ADFE$ противоположные стороны DF и AE параллельны. Значит, треугольники ABC и DBF подобны по первому признаку подобия треугольников. Сторона AB треугольника ABC равна 15 см, а отрезок AD равен 10 см, следовательно, отрезок BD равен 5 см. Из подобия треугольников следует:

$$\frac{BD}{AD} = \frac{BF}{FC}; \frac{BD}{AD} = \frac{5}{10}, \text{ тогда } BF : FC = 1 : 2.$$



Часть 2

6. Ответ: $\frac{1}{2}$.

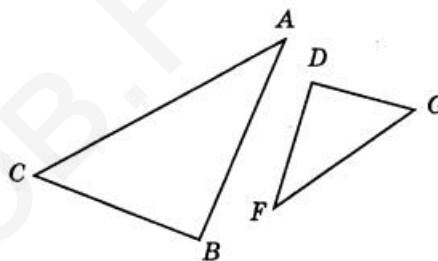
Решение. По условию треугольники ABC и FDG подобны, значит, $\frac{S_{ABC}}{S_{FDG}} = k^2 = \frac{1}{4}$. Следовательно, $k = \frac{1}{2}$.

7. Ответ: 30.

Решение. По условию треугольники ABC и FDG подобны, значит, $AB = kFD$; $BC = kDG$; $AC = kFG$.

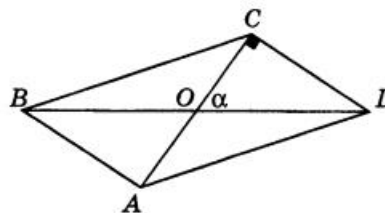
Отсюда, $P_{ABC} = kP_{FDG}$. По условию $k = \frac{4}{3}$. Следова-

тельно, $P_{ABC} = \frac{4}{3} \cdot 42 = 56$ (см).



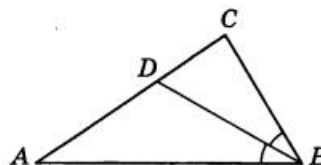
8. Ответ: 120.

Решение. Так как диагональ AC перпендикулярна стороне CD , то треугольник OCD — прямоугольный, в котором катет OC равен 3 см, а катет CD равен $\sqrt{3}$ см. Обозначим угол COD буквой α , $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$, следовательно, $\angle COD = 60^\circ$. Значит, $\angle BOC = 120^\circ$.



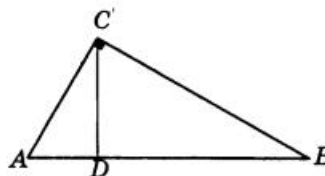
9. Ответ: 6,8.

Решение. Обозначим меньший из отрезков CD буквой x , тогда $AD = 6 - x$. Так как BD — биссектриса треугольника ABC , то по свойству биссектрисы треугольника $\frac{AD}{AB} = \frac{CD}{BC}$; $\frac{17-x}{15} = \frac{x}{10}$, отсюда, $x = 6,8$, $CD = 6,8$ (см).



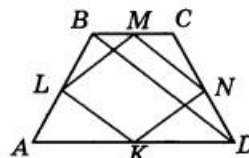
10. Ответ: 12.

Решение. По условию $AB = 16$ см, $BD = 7$ см, значит, $AD = 9$ см. Катет AC прямоугольного треугольника ABC по свойству катета прямоугольного треугольника равен $AC = \sqrt{AD \cdot AB} = \sqrt{9 \cdot 16} = 12$ (см).



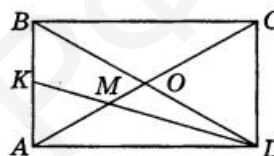
11. Ответ: 52.

Решение. По условию диагональ трапеции $ABCD$ равна 26 см. В треугольнике BCD точки M и N — середины сторон BC и CD соответственно, следовательно, отрезок MN — средняя линия треугольника BCD и равна 13 см. Аналогично отрезок KL — средняя линия треугольника ABD и равна 13 см. Значит, четырехугольник $KLMN$ — параллелограмм. В равнобедренной трапеции диагонали равны, следовательно, в параллелограмме $KLMN$ все стороны равны, значит, параллелограмм $KLMN$ — ромб; $P_{KLMN} = 4MN = 52$ (см).



12. Ответ: 8.

Решение. В треугольнике ABD отрезки DK и AO — медианы, так как в первом случае $AK = KB$; так как точка K — середина стороны AB , а во втором точка O является точкой пересечения медиан прямоугольника $ABCD$. Следовательно, точка M является точкой пересечения медиан DK и AO и делит отрезок AO в отношении 2 : 1, считая от вершины A . В прямоугольнике медианы равны $AC = BD = 24$ см. Отсюда отрезок $AM = \frac{2}{3}AO = \frac{1}{3}AC = 8$ см.



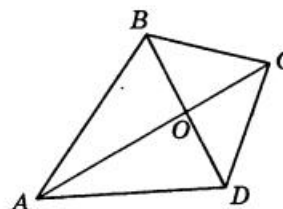
Часть 3

13. **Решение.** Так как $AC \perp BD$, то треугольники AOB , AOD , BOC и DOC — прямоугольные. Поэтому по теореме Пифагора:

$$AB^2 = AO^2 + BO^2, BC^2 = OC^2 + BO^2,$$

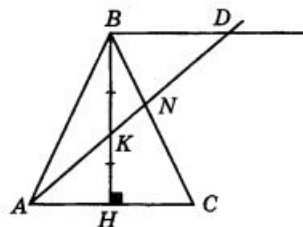
$$CD^2 = OC^2 + OD^2, AD^2 = OC^2 + OD^2.$$

Отсюда, $AB^2 + CD^2 = AO^2 + BO^2 + OC^2 + OD^2$ и $BC^2 + AD^2 = BO^2 + OC^2 + AO^2 + OD^2$, т.е. $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$, что и требовалось доказать.



14. Ответ: 1 : 2.

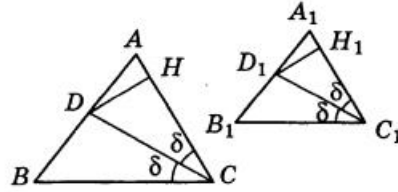
Решение. Углы DAC и ADB равны как накрест лежащие при параллельных AC и BD и секущей AD . Так как прямые AC и BD параллельны, то треугольники KAH и KDB — прямоугольные (BH — высота равнобедренного треугольника ABC) и равны по катету ($KH = KB$, K — середина высоты BH) и острому углу ($\angle HKA = \angle BKD$ как вертикальные). Следовательно, $BD = AH = \frac{1}{2}AC$ по свойству высоты равнобедренного треугольника.



Кроме того, треугольники ANC и DNB подобны по двум углам: углы DAC и FDB равны по доказанному, углы ANC и DNB равны, как вертикальные. Следовательно, $\frac{BN}{NC} = \frac{BD}{AC} = \frac{1}{2}$, т.е. $BN : NC = 1 : 2$.

15. Ответ: 3 : 2.

Решение. По условию треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны и их стороны AB и A_1B_1 сходственны, значит, $\frac{AB}{A_1B_1} = k$; $AB = k A_1B_1$. Кроме того, $CD = \frac{2}{3} AB = \frac{2kA_1B_1}{3}$. Проведем в треугольниках ACD и $A_1C_1D_1$ высоты BH и B_1H_1 .



Треугольник HCD — прямоугольный, в котором BH — катет, а CD — гипотенуза, значит, $DH = CD \cdot \sin \delta$; $S_{ADC} = \frac{1}{2} AC \cdot DH = \frac{1}{2} AC \cdot CD \cdot \sin \delta$. Аналогично $S_{A_1B_1C_1} = \frac{1}{2} B_1C_1 \cdot C_1D_1 \cdot \sin \delta$. Отсюда $S_{ABC} = S_{ADC} + S_{BDC} = \frac{1}{2} CD \cdot \sin \delta \cdot (AC + BC)$. Аналогично находим $S_{A_1B_1C_1} = S_{A_1D_1C_1} + S_{B_1D_1C_1} = \frac{1}{2} C_1D_1 \cdot \sin \delta \cdot (A_1C_1 + B_1C_1)$. Так как треугольники подобны, то $AC + BC = k(A_1C_1 + B_1C_1)$. По теореме об отношении площадей подобных фигур

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2; \frac{\frac{1}{2} CD \cdot \sin \delta (AC + BC)}{\frac{1}{2} C_1D_1 \cdot \sin \delta (A_1C_1 + B_1C_1)} = \frac{\frac{2kA_1B_1}{3} k(A_1C_1 + B_1C_1)}{C_1D_1 (A_1C_1 + B_1C_1)} = \frac{2k^2 A_1B_1}{3C_1D_1} = k^2; \frac{2A_1B_1}{3C_1D_1} = 1;$$

$$\frac{A_1B_1}{C_1D_1} = \frac{3}{2}.$$