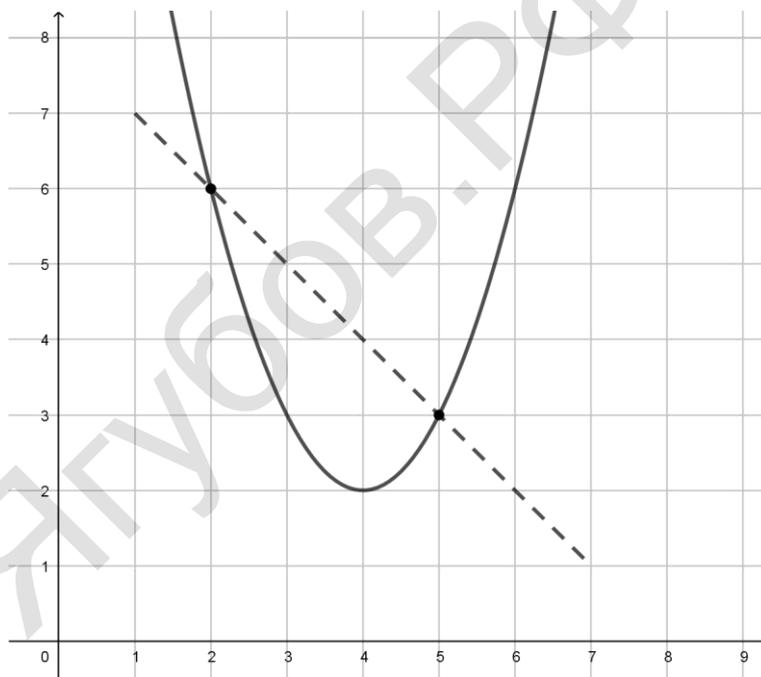


## Вариант 4

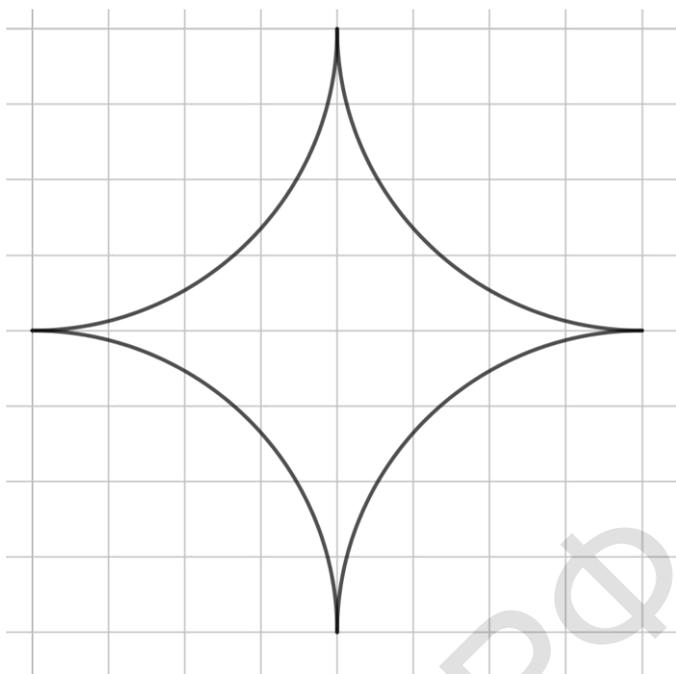
1 Валентин и трое его друзей решили пойти в кино. Билет на сеанс стоил 250 рублей. Билеты на всех Валентин купил за день до похода. Оказалось, что Ира заболела и прийти не сможет. Валентин решил вернуть билет Иры, чтобы получить деньги назад. Кинотеатр возвращает только 50% от первоначальной стоимости билета и не позднее, чем за 2 часа до начала сеанса. Валентину удалось вернуть билет. Сколько рублей Валентин потратил в итоге?

2 На рисунке показана стоимость одной акции Компании-1 (штриховая линия) и Компании-2 (сплошная линия) в период с 1 ч по 7 ч. По вертикальной оси



отложена стоимость, по горизонтальной — время. Определите, сколько часов стоимость одной акции Компании-1 была не ниже стоимости одной акции Компании-2.

- 3 На рисунке с размером клетки  $1 \times 1$  площадь изображенной фигуры равна  $S$ .  
Найдите значение  $\sqrt{S + 16\pi}$ .



- 4 Случайно выбранное шестизначное целое положительное число оканчивается на 32. Найдите вероятность того, что оно делится на 14. При необходимости ответ округлите до тысячных.

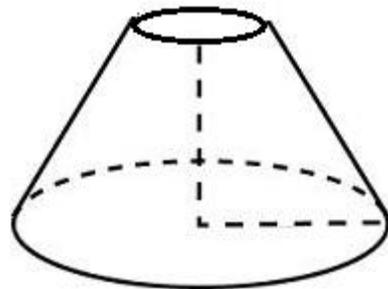
- 5 Найдите корень уравнения

$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{x^4 + 6x^3 + 9x^2 + 1} + \frac{3}{x^2 + 6x + 10} + \frac{5}{(x^2 + 2x - 3)^2 + 1} = 9.$$

- 6 В треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  известно, что  $AC = 4$ ,  $BC = 3$ . Найдите площадь треугольника, катетами которого служат проекции катетов треугольника  $ABC$  на гипотенузу  $AC$ .

- 7 К графику функции  $f(x) = x(x^2 + 2)$  в точке с абсциссой  $x = -1$  проведена касательная. Найдите расстояние от точки касания до точки пересечения касательной с осью ординат. В ответ укажите квадрат найденного числа.

- 8 На новый год Аристарх Луков-Арбалетов купил ёлку высотой 100 см. Упаковать ёлку Аристарх планировал в коническую коробку с площадью боковой поверхности  $10000 \text{ см}^2$ . Однако у продавца в наличии были только коробки из Евросоюза, вид которых изображен на рисунке. Если Аристарх будет упаковывать в них свою ёлку, то ее верхушку придется отрезать, укоротив ёлку на 10 см. Найдите площадь боковой поверхности еврокоробки.



- 9 Найдите значение выражения

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}$$

- 10 Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 40$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 60 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана – в пределах от 180 до 200 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$$

Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

- 11 Папа, мама и Петя 2 часа сидели за праздничным столом и вели беседу. Мама из каждой пятиминутки говорила первую, вторую и третью минуты, папа на каждом семиминутном интервале говорил четвертую и пятую минуты, а Петя на каждом временном интервале в девять минут говорил третью и четвертую минуты. Сколько минут за столом папа и мама говорили одновременно, а Петя молчал?

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = x \cdot \sqrt{x^2 + 21}$  на отрезке  $[0; 2]$ .

13) а) Решить уравнение

$$\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} - \frac{11\pi}{16}\right) \cdot \log_2\left(\sin\left(2x + \frac{7\pi}{4}\right)\right) = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ .

14) В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки  $A$  и  $B$ , а на окружности другого основания – точки  $B_1$  и  $C_1$ , причем  $BB_1$  – образующая цилиндра, а отрезок  $AC_1$  пересекает ось цилиндра.

а) Докажите, что угол  $ABC_1$  прямой.

б) Найдите угол между прямыми  $AC_1$  и  $BB_1$ , если  $AB = 8$ ,  $B_1C_1 = 15$ ,  $BB_1 = 6$ .

15) Решите неравенство

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{(\log_2 3)^{4-x^2}} \leq (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-(\log_3 2)^{2x-1}}.$$

16) Окружность с центром  $O_1$  касается оснований  $BC$  и  $AD$  и боковой стороны  $AB$  трапеции  $ABCD$ . Окружность с центром  $O_2$  касается сторон  $BC$ ,  $CD$  и  $AD$ . Известно, что  $AB = 30$ ,  $BC = 24$ ,  $CD = 50$ ,  $AD = 74$ .

а) Докажите, что прямая  $O_1O_2$  параллельна основаниям трапеции  $ABCD$ .

б) Найдите  $O_1O_2$ .

17) Для детского сада закупили наборы конфет трёх разных типов, потратив 2200 рублей. Первый набор стоит 50 рублей и содержит 25 конфет. Второй набор стоит 180 рублей и содержит 95 конфет, третий набор стоит 150 рублей и содержит 80 конфет. Сколько каких наборов купили, если общее количество конфет в них максимально?

18) Найти все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 25^x - 13 \cdot 5^x + a < 0, \\ 12 \sin^4 \pi x - \cos 4\pi x = 11 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

- 19 В семизначном числе, имеющем 108 делителей, первая цифра (слева) 1, вторая 0. Это же число, уменьшенное в 12 раз, имеет 70 делителей, а увеличенное в 18 раз – 160 делителей. Найдите это число.

[4ege.ru](http://4ege.ru)

ЯГубов.РФ

## Ответы

1. 875.

2. 3.

3. 8.

4. 0,143.

5. -3.

6. 2,88.

7. 2.

8. 9900.

9. 1.

10. 50.

11. 16.

12. 10.

13. а)  $-\frac{5\pi}{8} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $-\frac{5\pi}{8}$ .

14. б)  $\operatorname{arctg} \frac{17}{6}$ .

15.  $-1 \leq x \leq 3$ .

16. б) 9.

17. 1 набор – 2 штуки; 2 набор – 5 штук; 3 набор – 8 штук.

18.  $a < 13\sqrt{5} - 5$ .

19. 1057536.