Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 20

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответов. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

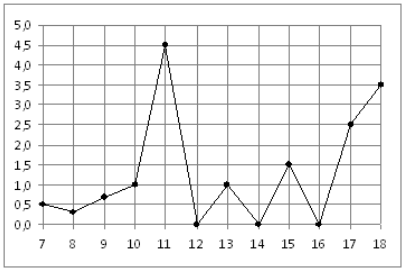
$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

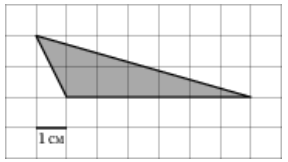
Часть 1

1. Футболка стоила 800 рублей. Затем цена была снижена на 15%. Сколько рублей сдачи с 1000 рублей должен получить покупатель при покупке этой футболки после снижения цены?

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало менее 2 миллиметров осадков.



3. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\,\text{см}\times 1\,\text{см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

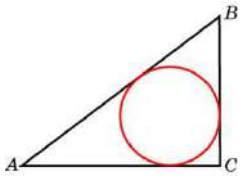


4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

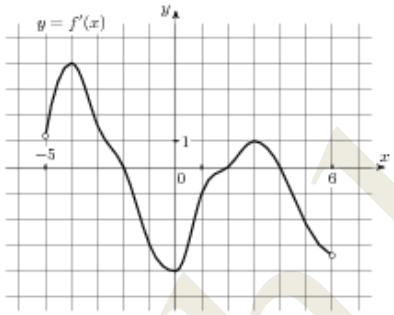
mathl00.ru

5. Найдите корень уравнения $\sqrt{x+2}=-x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

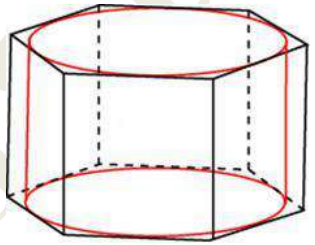
6. В треугольнике ABC $AC=4$, $BC=3$, угол C равен 90°. Найдите радиус вписанной окружности.



7. На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5;6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y=3x-19$ или совпадает с ней.



8. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{3}$, а высота равна 2.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{15}-\sqrt{60}\right)\cdot\sqrt{15}$

10. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a=const$, где p (Па) — давление в газе, V — объем газа в кубических метрах, a — положительная константа. При каком наименьшем значении константы a уменьшение вдвое раз объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 4 раза?

11. Из двух городов, расстояние между которыми равно 560 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 65 км/ч и 75 км/ч?

12. Найдите точку минимума функции

$$y=0{,}5x^2-8x+12\ln x+10$$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\cos x\left(2\cos x+\operatorname{tg} x\right)=1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\frac{\pi}{2}\right]$

math100.ru

14. Основание четырёхугольной пирамиды $SABCD$ — параллелограмм $ABCD$ с центром O. Точка M — середина ребра SC, K — середина ребра SA.

а) Докажите, что плоскость BMK делит ребро SD в отношении $1 : 2$, считая от вершины S.

б) Найдите угол между плоскостями BMK и ABC, если пирамида правильная, $AB = 10$, $SC = 8$.

15. Решите неравенство:

$$\frac{13-5\cdot 3^{x}}{9^{x}-12\cdot 3^{x}+27}\geq 0{,}5\ .$$

16. Диагонали AC и BD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ перпендикулярны.

а) Докажите, что $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$.

б) Известно, что в этот четырёхугольник можно вписать окружность. Найдите её радиус, если $BC = 8$, $CD = 12$, $\angle BAD = 150^{\circ}$.

17. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 100 000 рублей. Условия его возврата таковы:

• каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

• с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.

Известно, что кредит был полностью погашен за два года, причём в первый год было переведено 75 000 рублей, а во второй год — 46 000 рублей. Найдите число r.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$2+\left|\frac{5}{x}-3\right|=a\,x$$

имеет более двух положительных корней.

19. Три вещественных числа назовём *замечательной* тройкой, если они могут быть длинами сторон треугольника. Три вещественных числа назовём *прекрасной* тройкой, если они могут быть длинами сторон прямоугольного треугольника.

а) Даны 5 различных натуральных чисел. Может ли оказаться, что среди них не найдётся ни одной замечательной тройки?

б) Даны 4 различных натуральных числа. Может ли оказаться, что среди них можно найти три прекрасные тройки?

в) Даны 10 различных чисел (необязательно натуральных). Какое максимальное количество прекрасных троек может оказаться среди них?

math100.ru

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 20

1	320
2	9
3	6
4	0,25
5	–1
6	1
7	2
8	24
9	–15
10	2
11	4
12	6

13	а) $-\frac{\pi}{6}+2\pi k;\ -\frac{5\pi}{6}+2\pi k;\ k\in Z;$ б) $-\frac{13\pi}{6};\ -\frac{5\pi}{6}.$
14	$\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{7}}{10}$
15	$\{0\}\cup(1;2).$
16	2,4
17	15
18	$\left(\frac{6}{5};\frac{5}{4}\right)$
19	а) Да б) Нет в) 20

math100.ru