

УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА, СОДЕРЖАЩИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Уравнения разбиты на три уровня сложности: А (простой), В (средний) и С (сложный). Уровни В и С по сложности максимально приближены к 13 заданиям ЕГЭ по профильной математике.

Уровень А

1А. $4^{\sin x} = 2$

2А. $3^{\cos x} = \sqrt{3}$

3А. $27^{\sin x} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$

4А. $16^{\lg x} = \frac{1}{16}$

5А. $2^{\log_4(\cos x)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

6А. $3^{\log_{27}(\sin x)} = \frac{1}{\sqrt[6]{2}}$

7А. $\sqrt{10} \cdot 2^{\sin x} = \sqrt{15} \cdot 3^{\sin x}$

8А. $|\sin x| = \frac{1}{2}$

9А. $|2 \cos x| = 1$

10А. $|\sin x| = |\cos x|$

ОТВЕТЫ

1А. $\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 2А. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 3А. $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 4А. $-\frac{\pi}{4} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$. 5А. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 6А. $\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{3\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 7А. $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 8А. $\pm \frac{\pi}{6} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$. 9А. $\pm \frac{\pi}{3} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$. 10А. $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z}$.

Уровень В

а) Решите уравнение;

б) Найдите все корни принадлежащие промежутку.

1В. а) $16^{\sin x} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2\sin 2x};$

б) $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$

2В. а) $(25^{\cos x})^{\sin x} = 5^{\cos x};$

б) $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

3B. a) $36^{\sin 2x} = 6^{2\sin x};$

б) $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}\right]$

4B. a) $5^{2\sin 2x} = \left(\frac{1}{25}\right)^{\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)};$

б) $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

5B. a) $15^{\sin x} = 5^{\sin x} \cdot 3^{-\sqrt{3}\cos x};$

б) $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

6B. a) $12^{\cos x} = 3^{\cos x} \cdot (0,25)^{-\sin x};$

б) $\left[5\pi; \frac{13\pi}{2}\right]$

7B. a) $21^{\sin x} = 3^{\sin x} \cdot 7^{-\cos x};$

б) $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

8B. a) $2^{4\cos x} + 3 \cdot 2^{2\cos x} - 10 = 0;$

б) $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$

9B. a) $\left(\frac{1}{16}\right)^{\cos x} + 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\cos x} - 4 = 0;$

б) $[4\pi; 7\pi]$

10B. a) $9^{\sin x} + 9^{-\sin x} = \frac{10}{3};$

б) $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$

11B. a) $4^{\sin x} + 4^{-\sin x} = \frac{5}{2};$

б) $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

12B. a) $\left(\frac{2}{5}\right)^{\cos x} + \left(\frac{5}{2}\right)^{\cos x} = 2;$

б) $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

13B. a) $0,4^{\sin x} + 2,5^{\sin x} = 2;$

б) $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$

14B. a) $\frac{3^{\cos x}}{9^{\cos^2 x}} = 4^{2\cos^2 x - \cos x};$

б) $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{6}\right]$

15B. a) $\frac{49^{\lg^2 x}}{7^{2\sqrt{3}\lg x}} = 8^{2\sqrt{3}\lg x - 2\lg^2 x};$

б) $\left[2\pi; \frac{11\pi}{4}\right]$

16B. a) $8 \cdot 16^{\sin^2 x} - 2 \cdot 4^{\cos 2x} = 63;$

б) $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$

17B. a) $25^{\cos^2 x} - 4 \cdot 5^{-\cos 2x} = 1;$

б) $[-3\pi; -2\pi]$

18B. a) $\frac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0;$

б) $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$

19B. a) $\frac{4^{\sin 2x} - 2^{2\sqrt{3}\sin x}}{\sqrt{5}\sin x} = 0;$

б) $\left[-\frac{13\pi}{2}; -5\pi\right]$

- 20B. а) $\log_2(\cos x + \sin 2x + 8) = 3$; б) $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$
- 21B. а) $\log_3(\sin 2x + \cos(\pi - x) + 9) = 2$; б) $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$
- 22B. а) $\log_4(2^{2x} - \sqrt{3} \cos x - \sin 2x) = x$; б) $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
- 23B. а) $\log_9(3^{2x} + 5\sqrt{2} \sin x - 6\cos^2 x - 2) = x$; б) $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$
- 24B. а) $2\log_3^2(2\cos x) - 5\log_3(2\cos x) + 2 = 0$; б) $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$
- 25B. а) $3\log_8^2(\sin x) - 5\log_8(\sin x) - 2 = 0$; б) $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$
- 26B. а) $5\sin^2 x + 8\cos x + 1 = |\cos x| + \cos^2 x$; б) $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$
- 27B. а) $\left|\operatorname{ctg}\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)\right| = \frac{1}{\cos^2 2x} - 1$; б) $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$
- 28B. а) $\frac{\sin 2x}{|\sin x|} = 1$; б) $[0; 2\pi]$
- 29B. а) $\frac{|\sin x|}{\sin x} = 1 - \cos 2x$; б) $[-2\pi; 0]$
- 30B. а) $|\sin x - \cos x| = 1 - \sin 2x$; б) $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$
- 31B. а) $||\cos x - 2\sin x| - \cos x| = -\cos x$; б) $[-\pi; \pi]$
- 32B. а) $\frac{|\sin x| + \sin 3x}{\cos x \cos 2x} = \frac{2}{\sqrt{3}}$; б) $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$
- 33B. а) $\frac{2^{\sin^2 x} + \sqrt{2}^{\sin^2 x} - \sqrt{2} - \sqrt[4]{2}}{\sqrt{\cos x}} = 0$; б) $[\pi; 7]$
- 34B. а) $\frac{2\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) + \sin 4x}{\log_3(\sqrt{2} \sin x)} = 0$; б) $\left[\arcsin 0; \pi - \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

ОТВЕТЫ

- 1B.** а) $\pi k; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $2\pi; \frac{8\pi}{3}; 3\pi; \frac{10\pi}{3}.$ **2B.** а) $\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k;$
 $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{5\pi}{2}; -\frac{11\pi}{6}; -\frac{3\pi}{2}; -\frac{7\pi}{6}.$ **3B.** а) $\pi k; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б)
 $-3\pi.$ **4B.** а) $\pi k; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $2\pi; \frac{8\pi}{3}; 3\pi.$ **5B.** а) $-\frac{\pi}{3} + \pi k; k \in \mathbb{Z};$ б)
 $\frac{8\pi}{3}; \frac{11\pi}{3}.$ **6B.** а) $\frac{\pi}{4} + \pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{21\pi}{4}; \frac{25\pi}{4}.$ **7B.** а) $-\frac{\pi}{4} + \pi k; k \in \mathbb{Z};$ б)
 $-\frac{9\pi}{4}; -\frac{5\pi}{4}.$ **8B.** а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{5\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}.$ **9B.** а) $\frac{\pi}{2} + \pi k; k \in \mathbb{Z};$ б)
 $\frac{9\pi}{2}; \frac{11\pi}{2}; \frac{13\pi}{2}.$ **10B.** а) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{19\pi}{6}; -\frac{17\pi}{6}; -\frac{13\pi}{6}.$ **11B.** а)
 $\pm \frac{\pi}{6} + \pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{17\pi}{6}; \frac{19\pi}{6}; \frac{23\pi}{6}.$ **12B.** а) $\frac{\pi}{2} + \pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}.$
13B. а) $\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $2\pi; 3\pi.$ **14B.** а) $\frac{\pi}{2} + \pi k; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б)
 $-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}.$ **15B.** а) $\pi k; \frac{\pi}{3} + \pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $2\pi; \frac{7\pi}{3}.$ **16B.** а) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi k; k \in \mathbb{Z};$
б) $\frac{11\pi}{3}; \frac{13\pi}{3}; \frac{14\pi}{3}.$ **17B.** а) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{11\pi}{4}; -\frac{9\pi}{4}.$ **18B.** а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k;$
 $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}.$ **19B.** а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{35\pi}{6}.$ **20B.** а)
 $\frac{\pi}{2} + \pi k; -\frac{\pi}{6} + 2\pi k; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{3\pi}{2}; \frac{11\pi}{6}; \frac{5\pi}{2}.$ **21B.** а) $\frac{\pi}{2} + \pi k;$
 $\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{13\pi}{6}; \frac{5\pi}{2}; \frac{17\pi}{6}; \frac{7\pi}{2}.$ **22B.** а) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k;$
 $\frac{\pi}{2} + \pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}.$ **23B.** а) $\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{3\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{7\pi}{4}; -\frac{5\pi}{4}.$
24B. а) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}.$ **25B.** а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б)
 $-\frac{19\pi}{6}.$ **26B.** а) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}.$ **27B.** а) $\frac{\pi k}{2}; \pm \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z};$ б)
 $0; \frac{\pi}{8}; \frac{3\pi}{8}; \frac{\pi}{2}.$ **28B.** а) $\frac{\pi}{3} + \pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}.$ **29B.** а) $\frac{\pi}{4} + 2\pi k;$
 $\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{7\pi}{4}; -\frac{5\pi}{4}.$ **30B.** а) $\frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{4} + \pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}.$ **31B.** а)
 $\arctg \frac{1}{2} + \pi + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $-\pi + \arctg \frac{1}{2}.$ **32B.** а) $\frac{\pi}{12} + 2\pi k; \frac{7\pi}{12} + 2\pi k;$

$$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}; \quad \text{б)} \quad \frac{7\pi}{12}; \frac{7\pi}{6}. \quad \mathbf{33B.} \quad \text{а)} \quad \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}; \quad \text{б)} \quad \frac{7\pi}{4}. \quad \mathbf{34B.} \quad \text{а)} \quad \frac{3\pi}{8} + 2\pi k; \frac{7\pi}{8} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}; \quad \text{б)} \quad \frac{3\pi}{8}.$$

Уровень С

$$\mathbf{1C.} \quad \frac{(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) \log_{13}(2 \sin^2 x)}{\log_{29}(\sqrt{2} \cos x)} = 0.$$

$$\mathbf{2C.} \quad \sqrt{1 - \cos 2x} = \sin 2x.$$

$$\mathbf{3C.} \quad \sqrt{\cos 2x} = 1 + 2 \sin x.$$

$$\mathbf{4C.} \quad \sin x + \cos x = \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}.$$

$$\mathbf{5C.} \quad \sqrt{\frac{1}{2} + \cos x \cos 2x} = \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right).$$

$$\mathbf{6C.} \quad \sqrt{1 - \sqrt{3} \sin x} + \sqrt{10} \cos x = 0.$$

$$\mathbf{7C.} \quad \sqrt{5 \operatorname{tg} x + 10} = \frac{5}{2} \sin x + \frac{1}{\cos x}.$$

$$\mathbf{8C.} \quad 3^{1 + \sin x + \dots + \sin^n x + \dots} = \sqrt[3]{9}.$$

$$\mathbf{9C.} \quad 2^{-1 + \cos x - \cos^2 x + \dots + (-1)^{n+1} \cos^n x + \dots} = \sqrt[3]{0,25}.$$

$$\mathbf{10C.} \quad \log_{\cos x} 4 \cdot \log_{\cos^2 x} 2 = 1.$$

$$\mathbf{11C.} \quad \log_{\sin x} 4 \cdot \log_{\sin^2 x} 2 = 1.$$

$$\mathbf{12C.} \quad 3(\log_2 \sin x)^2 + \log_2(1 - \cos 2x) = 2.$$

$$\mathbf{13C.} \quad \sqrt{\cos^2 2x + \left| \sin \left(2x - \frac{3}{2} \pi \right) \right|} + \frac{1}{4} = \cos \frac{5\pi}{3}.$$

$\mathbf{14C.}$ Найти корни уравнения $\operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} x = \sin(7\pi - x) \sin \frac{7\pi}{6}$, принадлежащие области определения функции $y = \sin \sqrt{4\pi^2 - x^2}$.

$\mathbf{15C.}$ Найти все корни уравнения $\sin x \operatorname{tg} 2x + \sqrt{3}(\sin x - \sqrt{3} \operatorname{tg} 2x) = 3\sqrt{3}$, удовлетворяющие неравенству $2 + \log_{1/2} x \geq 0$.

$$\mathbf{16C.} \quad 2 \sin^2 x + \sin x^2 = 1.$$

$$\mathbf{17C.} \quad \cos x \cdot \cos 6x = -1.$$

$$18C. \quad 2\cos\frac{x}{3} = 5^x + 5^{-x}$$

$$19C. \quad 2\cos^2\frac{x^2+x}{6} = 2^x + 2^{-x}.$$

$$20C. \quad 3^{|\sin\sqrt{x}|} = |\cos x|.$$

$$21C. \quad 2^{1-|4x-1|} = \operatorname{tg} \pi x + \operatorname{ctg} \pi x.$$

$$22C. \quad 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x.$$

$$23C. \quad \log_3\left(4 - \left|\cos\frac{4x}{3}\right|\right) = \sin x.$$

$$24C. \quad \sin\frac{\pi}{x^2+6x+13} = \frac{\log_3|x| + \log|x|_3}{2\sqrt{2}}.$$

$$25C. \quad |1 + \cos \pi\sqrt{x}| + |x^2 - 15x + 44| = 15x - x^2 - \cos \pi\sqrt{x} - 45.$$

ОТВЕТЫ

1C. $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}.$ 2C. $\pi k; \frac{\pi}{4} + \pi k; k \in \mathbb{Z}.$ 3C. $\pi k; k \in \mathbb{Z}.$ 4C. $\frac{\pi}{4} + 2\pi k;$
 $2\pi k; -\frac{\pi}{4} + \pi k; k \in \mathbb{Z}.$ 5C. $\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}.$ 6C. $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}.$ 7C.
 $-\arccos\frac{1}{\sqrt{5}} + \pi k; \arccos\frac{1}{\sqrt{5}} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}.$ 8C. $-\frac{5\pi}{6} + \pi k; -\frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}.$ 9C.
 $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}.$ 10C. $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}.$ 11C. $\frac{5\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}.$ 12C.
 $\frac{5\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}.$ 13C. $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z}.$ 14C. $\pm 2\pi; \pm \pi; 0.$ 15C. $\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}.$
 16C. $\pm 1 \pm \sqrt{\frac{\pi + 2 + 4\pi k}{2}}; k = 0, 1, 2, \dots$ 17C. $\pi + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}.$ 18C. 0. 19C. 0. 20C.
 0. 21C. $\frac{1}{4}.$ 22C. $\frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}.$ 23C. $-\frac{3\pi}{2} + 6\pi k; k \in \mathbb{Z}.$ 24C. -3. 25C. 9.