

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ, СОДЕРЖАЩИЕ ОДЗ

Уравнения разбиты на три уровня сложности: А (простой), В (средний) и С (сложный). Уровни В и С по сложности максимально приближены к 13 заданиям ЕГЭ по профильной математике.

Уровень А

$$1A. \frac{2 \sin x - 1}{2 \cos x + \sqrt{3}} = 0$$

$$2A. \frac{\sin x}{\cos x - 1} = 0$$

$$3A. \frac{\cos x}{\sin x + 1} = 0$$

$$4A. \frac{\operatorname{tg} x}{\cos x + 1} = 0$$

$$5A. \frac{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}}{2 \sin x + \sqrt{3}} = 0$$

$$6A. \frac{\operatorname{tg} x + 1}{2 \cos x - \sqrt{2}} = 0$$

$$7A. \frac{(2 \cos x - \sqrt{3})(2 \cos x + 1)}{2 \sin 2x - \sqrt{3}} = 0$$

$$8A. \frac{\cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{3}} = 0$$

$$9A. \sqrt{\cos x} = 1$$

$$10A. \sqrt{2 \sin x} = 1$$

$$11A. \sqrt{\operatorname{tg} x} = 2$$

$$12A. \sqrt{\sin x} + 1 = 0$$

$$13A. \frac{2 \sin x - 1}{\sqrt{\cos x}} = 0$$

$$14A. \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} = 0$$

$$15A. \frac{2 \cos x + 1}{\sqrt{\operatorname{tg} x}} = 0$$

$$16A. \frac{2 \cos x - \sqrt{2}}{\sqrt{\operatorname{ctg} x}} = 0$$

$$17A. \frac{\operatorname{ctg} x + 1}{\sqrt{-\sin x}} = 0$$

$$18A. \frac{2 \cos x + \sqrt{2}}{\sqrt{-\operatorname{tg} x}} = 0$$

$$19A. (2 \sin x + 1)\sqrt{\cos x} = 0$$

$$20A. (\operatorname{tg} x - 1)\sqrt{\sin x} = 0$$

$$21A. (2 \cos x + \sqrt{3})\sqrt{-\sin x} = 0$$

$$22A. (2 \sin x + \sqrt{3})\sqrt{-\operatorname{ctg} x} = 0$$

$$23A. \log_2(\cos x) = -1$$

$$24A. \log_7(\sin x) = 0$$

$$25A. \log_3(\operatorname{tg} x) = \frac{1}{2}$$

$$26A. \log_7(\sin x) = \log_7(\cos x)$$

$$27A. \log_3(\cos x) = \log_3(-\sin x)$$

$$28A. \sin x \cdot \log_7(\cos x) = 0$$

$$29A. (2 \sin x - 1)\log_6(\operatorname{tg} x) = 0$$

$$30A. \frac{2 \cos x + 1}{\log_2(-\sin x)} = 0.$$

ОТВЕТЫ

- 1А. $\frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 2А. $\pi + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 3А. $\frac{\pi}{2} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 4А. $2\pi k; k \in \mathbb{Z}$.
 5А. $\frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 6А. $\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 7А. $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 8А.
 $\pm\pi + 6\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 9А. $2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 10А. $\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 11А.
 $\arctg 4 + \pi k; k \in \mathbb{Z}$. 12А. $\emptyset$. 13А. $\frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 14А. $\frac{\pi}{2} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 15А.
 $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 16А. $\frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 17А. $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 18А.
 $\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 19А. $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$. 20А. $\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \pi k; k \in \mathbb{Z}$. 21А.
 $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; \pi k; k \in \mathbb{Z}$. 22А. $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$. 23А. $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$.
 24А. $\frac{\pi}{2} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 25А. $\frac{\pi}{3} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$. 26А. $\frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 27А.
 $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 28А. $2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. 29А. $\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$. 30А.
 $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$.

Уровень В

а) Решите уравнение;

б) Найдите все корни принадлежащие промежутку.

1В. а) $\frac{2\sin^2 x + 3\cos x}{2\sin x - \sqrt{3}} = 0;$

б) $[\pi; 3\pi]$

2В. а) $\frac{2\cos^2 x - 5\sin x + 1}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0;$

б) $[-\pi; \pi]$

3В. а) $\frac{\cos 2x + \sqrt{3}\sin x - 1}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0;$

б) $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$

4В. а) $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sin x} + 2 = 0;$

б) $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

5В. а) $4\operatorname{tg}^2 x + \frac{3}{\cos x} + 3 = 0;$

б) $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

6B. а) $\operatorname{tg} x + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = 0;$

б) $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$

7B. а) $\operatorname{ctg} x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = 0;$

б) $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

8B. а) $1 + \operatorname{ctg} 2x = \frac{1}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)};$

б) $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$

9B. а) $\sin x(2\sin x - 3\operatorname{ctg} x) = 3;$

б) $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

10B. а) $\cos x(2\cos x + \operatorname{tg} x) = 1;$

б) $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$

11B. а) $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{1}{\sin x} - 1 = 0;$

б) $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

12B. а) $2\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}\operatorname{tg} x;$

б) $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

13B. а) $\frac{\sin 2x}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)} = \sqrt{3};$

б) $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

14B. а) $\frac{2\sin^2 x - \sin x}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0;$

б) $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

15B. а) $7\operatorname{tg}^2 x - \frac{1}{\cos x} + 1 = 0;$

б) $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

16B. а) $\frac{2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x}{2\cos x + 1} = 0;$

б) $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$

17B. а) $\frac{2\cos^2 x + 3\sin x - 3}{\cos x} = 0;$

б) $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

18B. а) $4\sin^2 x = \operatorname{tg} x;$

б) $[-\pi; 0]$

19B. а) $\frac{\sin x}{\sin^2 \frac{x}{2}} = 4\cos^2 \frac{x}{2};$

б) $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$

20B. а) $\frac{5\cos x + 4}{4\operatorname{tg} x - 3} = 0;$

б) $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$

21B. а) $\frac{5\operatorname{tg} x - 12}{13\cos x - 5} = 0;$

б) $\left[4\pi; \frac{11\pi}{2}\right]$

$$22\text{B. a) } \frac{26\cos^2 x - 23\cos x + 5}{13\sin x - 12} = 0;$$

$$\text{б) } [0; 2\pi]$$

$$23\text{B. a) } \frac{5\sin^2 x - 3\sin x}{5\cos x + 4} = 0;$$

$$\text{б) } \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$$

$$24\text{B. a) } \frac{5\sin x - 3}{5\cos x - 4} = 0;$$

$$\text{б) } \left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$$

$$25\text{B. a) } (\operatorname{tg}^2 x - 3)\sqrt{11\cos x} = 0;$$

$$\text{б) } \left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$$

$$26\text{B. a) } \frac{2\sin^2 x + 2\sin x \cos 2x - 1}{\sqrt{\cos x}} = 0;$$

$$\text{б) } \left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$$

$$27\text{B. a) } \frac{2\cos^2 x - 2\cos x \cos 2x - 1}{\sqrt{\sin x}} = 0;$$

$$\text{б) } \left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$$

$$28\text{B. a) } \frac{4\cos 2x - 9\sin x - 4}{\sqrt{-\cos x}} = 0;$$

$$\text{б) } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$$

$$29\text{B. a) } (\cos x - 1)(\operatorname{tg} x + \sqrt{3})\sqrt{\cos x} = 0;$$

$$\text{б) } \left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$30\text{B. a) } (\sin 2x - \sin x)(\sqrt{2} + \sqrt{-2\operatorname{ctg} x}) = 0;$$

$$\text{б) } \left[-4\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$$

$$31\text{B. a) } (\sin 2x + \cos x)(\sqrt{3} + \sqrt{3\operatorname{tg} x}) = 0;$$

$$\text{б) } [-\pi; \pi]$$

$$32\text{B. a) } (2\cos x + 1)(\sqrt{-\sin x} - 1) = 0;$$

$$\text{б) } [\pi; 2\pi]$$

$$33\text{B. a) } \frac{2\sin^2 x - \sin x}{\log_2(\cos x)} = 0;$$

$$\text{б) } \left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$$

$$34\text{B. a) } (2\cos^2 x - 5\cos x + 2)\log_7(-\sin x) = 0;$$

$$\text{б) } \left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$35\text{B. a) } \frac{2\sin 2x + 2\sqrt{2}\sin x + 2\sqrt{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - \sqrt{6}}{\operatorname{tg} x + 1} = 0;$$

$$\text{б) } \left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right].$$

ОТВЕТЫ

$$1\text{B. a) } -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}; \quad \text{б) } \frac{4\pi}{3}. \quad 2\text{B. a) } \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}; \quad \text{б) } \frac{5\pi}{6}. \quad 3\text{B. a) } \pi k;$$

$$\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}; \quad \text{б) } 2\pi; \frac{8\pi}{3}; 3\pi. \quad 4\text{B. a) } \frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}; \quad \text{б) }$$

- $-\frac{11\pi}{6}; -\frac{3\pi}{2}; -\frac{7\pi}{6}$. **5B.** а) $\pi + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) 3π . **6B.** а) $\pi k; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z}$; б) $-\pi; -\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}; 0; \frac{\pi}{4}$. **7B.** а) $\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}$. **8B.** а) $-\frac{\pi}{4} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{5\pi}{4}$. **9B.** а) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{4\pi}{3}; -\frac{2\pi}{3}$. **10B.** а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{13\pi}{6}; -\frac{5\pi}{6}$. **11B.** а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{11\pi}{6}$. **12B.** а) $\pi k; \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-3\pi; -\frac{17\pi}{6}; -2\pi$. **13B.** а) $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{6}$. **14B.** а) $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; \pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $2\pi; \frac{17\pi}{6}; 3\pi$. **15B.** а) $2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) -2π . **16B.** а) $\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $2\pi; \frac{7\pi}{3}; 3\pi$. **17B.** а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{17\pi}{6}$. **18B.** а) $\pi k; \frac{\pi}{12} + \pi k; \frac{5\pi}{12} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-\pi; -\frac{11\pi}{12}; -\frac{7\pi}{12}; 0$. **19B.** а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \pi + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-3\pi; -\frac{7\pi}{2}$. **20B.** а) $\pi - \arccos \frac{4}{5} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-3\pi - \arccos \frac{4}{5}$. **21B.** а) $\arctg \frac{12}{5} + \pi + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $5\pi + \arctg \frac{12}{5}$. **22B.** а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; -\arccos \frac{5}{13} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{3}; 2\pi - \arccos \frac{5}{13}; \frac{5\pi}{3}$. **23B.** а) $\pi k; \arcsin \frac{3}{5} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-3\pi; -2\pi$. **24B.** а) $\pi - \arcsin \frac{3}{5} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $\pi - \arcsin \frac{3}{5}$. **25B.** а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{3}; -\frac{5\pi}{3}$. **26B.** а) $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{7\pi}{4}$. **27B.** а) $\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{3\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{15\pi}{4}; -\frac{13\pi}{4}; -\frac{11\pi}{3}$. **28B.** а) $\pi + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $\pi; 3\pi$. **29B.** а) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{3}; 0$. **30B.** а) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{3}$. **31B.** а) $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{5\pi}{6}$. **32B.** а) $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; -\frac{\pi}{2} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{4\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}$. **33B.** а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{23\pi}{6}$. **34B.** а) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; -\frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}$. **35B.** а) $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{3}$.

Уровень С

1С. $\sqrt{\sin x \cos x} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} 2x} + 1 \right) = 0$

2С. $\frac{(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) \log_{15} (2 \sin^2 x)}{\log_{27} (\sqrt{2} \cos x)} = 0$

3С. $\frac{\cos x + \sin 2x}{\cos 3x} = 1$

4С. $\operatorname{ctg} x + \operatorname{tg} 2x = 0$

5С. $\operatorname{tg} 5x \cdot \operatorname{tg} 8x = -1$

6С. $\frac{\sin 4x - \sin 2x - \cos 3x + 2 \sin x - 1}{2 \sin 2x - \sqrt{3}} = 0$

ОТВЕТЫ

1С. $\frac{3\pi}{8} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$. **2С.** $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$. **3С.** $\pi k; k \in \mathbb{Z}$. **4С.** $\frac{\pi}{2} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$. **5С.**

$\pm \frac{\pi}{6} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$. **6С.** $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; \pi + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$.