

ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ.

Уравнения разбиты на три уровня сложности: А (простой), В (средний) и С (сложный). Уровни В и С по сложности максимально приближены к 13 заданиям ЕГЭ по профильной математике.

Уровень А

1А. $\log_2 x = 1$

2А. $\log_3 x = 2$

3А. $\log_4 x = 0$

4А. $\log_5 x = -2$

5А. $\log_{25} x = -\frac{1}{2}$

6А. $\log_8 x = \frac{1}{3}$

7А. $\lg x = 2$

8А. $\log_x 4 = 2$

9А. $\log_x 49 = 2$

10А. $\log_x \frac{1}{27} = -3$

11А. $\log_x 8 = -\frac{1}{2}$

12А. $\log_5 (4x - 3) = 2$

13А. $\log_{1/4} (3x - 2) = 0$

14А. $\log_{1/2} (5x - 2) = -3$

15А. $\log_5 (4 + x) = 2$

16А. $\log_3 (3 - x) = \log_3 2$

17А. $\lg (2x + 3) = \lg 3$

18А. $\lg (x^2 + 5x) = \lg (x^2 + 6)$

19А. $\log_{x+6} 32 = 5$

20А. $\log_{x+3} 81 = 4$

21А. $\log_{2x+6} 8 = 3$

22А. $\log_8 2^{8x-4} = 4$

23А. $3^{\log_9 (5x-5)} = 5$

24А. $2^{\log_4 (x+1)} = 3$

25А. $\log_2 (\log_2 x) = 1$

26А. $\log_5 (\log_2 x) = 0$

27А. $\log_3 (x^2 + 6) = \log_3 (5x)$

28А. $\log_4 (6 + 5x) = \log_4 (3 + x) + 1$

29А. $\log_2 (x + 3) = \log_2 (4 + x) - 1$

30А. $\log_2 (x^2 + 7x - 5) = \log_2 (4x - 1)$

31А. $\log_2 (x^2 + x - 1) = \log_2 (-x + 7)$

32А. $2\log_8 x = \log_8 2,5 + \log_8 10$

33А. $3\log_4 x = \log_4 9 + \log_4 3$

34А. $\log_3 (x - 2) + \log_3 (x + 2) = \log_3 (2x - 1)$

35А. $\log_4 (x + 2) + \log_4 (x + 3) = \log_4 (1 - x)$

36А. $\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0$

37А. $\log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 = 0$

ОТВЕТЫ

1А. 2. **2А.** 9. **3А.** 1. **4А.** $\frac{1}{25}$. **5А.** $\frac{1}{5}$. **6А.** 2. **7А.** 100. **8А.** 2. **9А.** 7. **10А.** 3. **11А.** $\frac{1}{64}$.

12А. 7. **13А.** 1. **14А.** 2. **15А.** 21. **16А.** 1. **17А.** 0. **18А.** 1,2. **19А.** -4. **20А.** 0. **21А.** -2. **22А.** 2. **23А.** 6. **24А.** 8. **25А.** 4. **26А.** 2. **27А.** 2; 3. **28А.** 6. **29А.** -2. **30А.** 1. **31А.** -4; 2. **32А.** 5. **33А.** 3. **34А.** 3. **35А.** -1. **36А.** 2; 8. **37А.** 0,04; 125.

Уровень В

а) Решите уравнение;

б) Найдите все корни принадлежащие промежутку.

1В. а) $\log_2(x^2 - 14x) = 5;$

б) $[\log_3 0,1; 5\sqrt{10}]$

2В. а) $6\log_8^2 x - 5\log_8 x + 1 = 0;$

б) $[2; 2,5]$

3В. а) $1 + \log_2(9x^2 + 5) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8x^4 + 14};$

б) $\left[-1; \frac{8}{9}\right]$

4В. а) $\log_2^2(x^2) - 16\log_2(2x) + 31 = 0;$

б) $[3; 6]$

5В. а) $\lg^2(10x) + \lg(10x) = 6 - 3\lg \frac{1}{x};$

б) $\left[\log_3 \frac{1}{2}; \log_3 2^{100}\right]$

6В. а) $\log_2 x + 5\log_x 2 = 6;$

б) $[\sqrt{2}; \sqrt{1000}]$

7В. а) $\log_{0,5} x + 3\log_x 0,5 = 4;$

б) $\left[\frac{1}{16}; \frac{1}{7}\right]$

8В. а) $\frac{1}{\lg(3x-2)} + \frac{2}{\lg(3x-2) + \lg 0,01} = -1;$

б) $[\sqrt{0,5}; \sqrt{17}]$

9В. а) $\frac{6}{\lg(x+7)+2} - \frac{6}{\lg(x+7)-3} = 5;$

б) $\left[\log_2 \frac{1}{64}; \log_2 7\right]$

10В. а) $\lg^2 x^2 + \lg(10x) - 6 = 0;$

б) $\left[\frac{1}{10}; \sqrt{101}\right]$

11В. а) $\log_2(x+2)^2 + \log_2(x+10)^2 = 4\log_2 3;$

б) $[-8; 0]$

12В. а) $\lg^2(8x-9) = \lg^2(6x-4);$

б) $[1; 2]$

13В. а) $\lg(10x^2) \lg x = 1;$

б) $[\log_5 2; \log_5 600]$

14В. а) $\lg^2 x^3 - 20\lg \sqrt{x} + 1 = 0;$

б) $[2; 10]$

15В. а) $2\log_9 x + 9\log_x 3 = 10;$

б) $\left[3; 3^{\log_2 256}\right]$

16В. а) $\log_x 3 \cdot \log_{3x} 3 = \frac{1}{6};$

б) $\left[\frac{1}{28}; 3^{1,9}\right]$

17В. а) $\log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1;$

б) $[0; 3^{\log_3 4}]$

18В. а) $\log_{2x}^2(4x^3) - 2 = \log_{2x}(4x);$

б) $\left[\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt[10]{2}}\right]$

19B. a) $\log_x \sqrt{5} + \log_x (5x) = \frac{9}{4} + \log_x^2 \sqrt{5};$

б) $\left[\frac{1}{5}; \sqrt{5}\right]$

20B. a) $\log_{3x} \frac{3}{x} + \log_3^2 x = 1;$

б) $\left[\frac{1}{8}; 3\right]$

21B. a) $x^{\log_3 x} = 81;$

б) $[0; 5]$

22B. a) $x^{\log_{0,5} x} = \frac{1}{16};$

б) $\left[\frac{1}{\sqrt{2}}; \sqrt{32}\right]$

23B. a) $x^{1+\log_3 x} = 9;$

б) $\left[\frac{1}{\sqrt{3}}; 3\right]$

24B. a) $x^{\log_{0,5} x - 2} = 0,125;$

б) $\left[\frac{1}{7}; 2\right]$

25B. a) $x^{\frac{\lg x + 5}{3}} = 10^{5+\lg x};$

б) $[10^{-4}; 10^4]$

26B. a) $x^{\log_4 x - 2} = 2^{3(\log_4 x - 1)};$

б) $[3^{\log_3 2}; 2^{\log_2 63}]$

27B. a) $2^{\log_2^2 x} + x^{\log_2 x^2} = 6;$

б) $[1; 2]$

28B. a) $3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} = 162;$

б) $\left[\frac{1}{\sqrt{3}}; \sqrt{90}\right]$

29B. a) $x^{\log_2 x} + 2 \cdot x^{-\log_2 x} = 3;$

б) $[1; \sqrt{7}]$

30B. a) $\log_x \sqrt{2} - \log_x^2 \sqrt{2} = \log_3 27 - \log_x (2x);$

б) $[\sqrt[5]{2}; \sqrt[3]{2}]$

31B. a) $\lg^4 (x-1)^2 + \lg^2 (x-1)^3 = 25;$

б) $[1; 10]$

32B. a) $\frac{\log_3 x - 1}{\log_3 \frac{x}{3}} - 2 \log_3 \sqrt{x} + \log_3^2 x = 3;$

б) $[\sqrt{3}; \sqrt{82}]$

33B. a) $\log_{\frac{1}{4}}^2 \frac{x}{16} + \log_{\frac{1}{4}}^2 \frac{x}{4} = 1;$

б) $[3; 2^{\log_2 15}]$

34B. a) $\log_{0,5}^2 (4x) + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8;$

б) $\left[2^{-4 \log_3 9}; \frac{3}{2}\right]$

35B. a) $|\log_{\sqrt{3}} x - 2| - |\log_3 x - 2| = 2;$

б) $[1; 10]$

36B. a) $\log_2 \log_3 (x^2 - 16) - \log_{1/2} \log_{1/3} \frac{1}{x^2 - 16} = 2;$

б) $[-6; 4]$

37B. a) $\log_2 x \cdot \log_3 x = \log_3 x^3 + \log_2 x^2 - 6;$

б) $[9; 10]$

ОТВЕТЫ

1B. а) 16; -2; б) -2. **2B.** а) 2; $2\sqrt{2}$; б) 2. **3B.** а) $\pm\sqrt{2}$; $\pm\frac{1}{2}$; б) $\pm\frac{1}{2}$. **4B.** а) $2\sqrt{2}$; $4\sqrt{2}$; б) $4\sqrt{2}$. **5B.** а) $\frac{1}{100}$; 100; б) $\frac{1}{100}$. **6B.** а) 2; 32; б) 2. **7B.** а) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{8}$; б) $\frac{1}{8}$. **8B.** а) 0,67; 4; б) 4. **9B.** а) 3; -6; б) -6. **10B.** а) 10; $10^{-5/4}$; б) 10. **11B.** а) -11; -1; $-6 \pm \sqrt{7}$; б) -1; $-6 + \sqrt{7}$. **12B.** а) $\frac{5}{2}$; $\frac{7}{6}$; б) $\frac{7}{6}$. **13B.** а) $\frac{1}{10}$; $\sqrt{10}$; б) $\sqrt{10}$. **14B.** а) $\sqrt[9]{10}$; 10; б) 10. **15B.** а) 3; 3^9 ; б) 3. **16B.** а) $\frac{1}{27}$; 9; б) $\frac{1}{27}$. **17B.** а) $\frac{1}{625}$; 5; б) $\frac{1}{625}$. **18B.** а) 1; $2^{-5/6}$; б) $2^{-5/6}$. **19B.** а) 5; $\sqrt[5]{5}$; б) $\sqrt[5]{5}$. **20B.** а) $\frac{1}{9}$; 1; 3; б) 1; 3. **21B.** а) $\frac{1}{9}$; 9; б) $\frac{1}{9}$. **22B.** а) $\frac{1}{4}$; 4; б) 4. **23B.** а) $\frac{1}{9}$; 3; б) 3. **24B.** а) $\frac{1}{8}$; 2; б) 2. **25B.** а) 10^{-5} ; 1000; б) 1000. **26B.** а) 2; 64; б) 2. **27B.** а) $\frac{1}{2}$; 2; б) 2. **28B.** а) $\frac{1}{9}$; 9; б) 9. **29B.** а) $\frac{1}{2}$; 1; 2; б) 1; 2. **30B.** а) $\sqrt[4]{2}$; $\sqrt{2}$; б) $\sqrt[4]{2}$. **31B.** а) 1,1; 11; б) 1,1. **32B.** а) $\frac{1}{3}$; 9; б) 9. **33B.** а) 4; 16; б) 4. **34B.** а) $\frac{1}{128}$; 2; б) $\frac{1}{128}$. **35B.** а) $\frac{1}{9}$; 9; б) 9. **36B.** а) ± 5 ; б) -5. **37B.** а) 8; 9; б) 9.

Уровень С

$$1C. \quad 80\log_{8x}\sqrt[4]{2x} - 14\log_{32x}(8x^3) - \log_x(2x) = 0;$$

$$2C. \quad \log_{\sqrt{5}}\left(x - \sqrt{x^2 - 5}\right) \cdot \log_5\left(x + \sqrt{x^2 - 5}\right) + 1,5 = 0;$$

$$3C. \quad x(1 - \lg 5) = \lg(4^x - 12);$$

$$4C. \quad \frac{1}{4}\log_{\sqrt{x+1}}9 + \log_{3x}3 = 0;$$

$$5C. \quad 2\log_3(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0;$$

$$6C. \quad \frac{2}{\sqrt{3}\log_2\sqrt{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{\log_2(-x)}} = 0;$$

$$7C. \quad \sqrt{\log_x\sqrt{5x}} = -\log_x 5;$$

$$8C. \quad \sqrt{\log_3 x^9} - 4\log_9 \sqrt{3x} = 1;$$

$$9C. \log_{\sqrt{3}} x \sqrt{\log_{\sqrt{3}} 3 - \log_x 9} + 4 = 0;$$

$$10C. 3 \cdot 2^{\log_x(3x-2)} + 2 \cdot 3^{\log_x(3x-2)} = 5 \cdot 6^{\log_{x^2}(3x-2)};$$

$$11C. 5^{\lg x} - 3^{\lg x} = 5, (3) \cdot 3^{0,5 \lg x} \cdot 5^{0,5(\lg x-2)};$$

$$12C. |\log_2(3x-1) - \log_2 3| = |\log_2(5-2x) - 1|;$$

$$13C. (x-4)^2 \log_4(x-1) - 2 \log_4(x-1)^2 = (x-4)^2 \log_{x-1} 4 - 2 \log_{x-1} 16;$$

$$14C. 2 \log_{x-2} \sqrt{3} + (x-4)^2 \log_3(x-2) = (x-4)^2 \log_{x-2} 3 + 2 \log_3 \sqrt{x-2};$$

$$15C. \left(\log_3 \frac{3}{x} \right) \log_2 x - \log_3 \frac{x^3}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} + \log_2 \sqrt{x};$$

$$16C. \frac{4}{3} \left(\log_3(5x-6)^3 \right)^2 - \log_3(5x-6)^3 \cdot \log_3 x^6 = -6 \left(\log_3 \frac{1}{x} \right)^2;$$

$$17C. \frac{3}{2} \left(\log_5(2x-3)^2 \right)^2 + 12 \left(\log_5 \sqrt{x} \right)^2 = \log_5(2x-3)^3 \cdot \log_5 x^3;$$

$$18C. \log_9(x^2 - 5x + 6)^2 = \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} \frac{x-1}{2} + \log_3 |x-3|;$$

$$19C. \log_{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}} x + \log_x(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}) = \frac{3}{2} + \log_x 2\sqrt{6}.$$

ОТВЕТЫ

$$1C. a) \frac{1}{2}. \quad 2C. \frac{13\sqrt{5}}{5}. \quad 3C. 2. \quad 4C. \frac{\sqrt{21}-3}{6}. \quad 5C. 3; 3+\sqrt{2}. \quad 6C. -\sqrt[3]{16}. \quad 7C. \frac{1}{25}. \quad 8C. 3; 81. \quad 9C. \frac{1}{3}. \quad 10C. 2. \quad 11C. 100. \quad 12C. 1; \frac{17}{12}; \frac{11}{6}. \quad 13C. \frac{5}{4}; 5; 6. \quad 14C. \frac{7}{3}; 5. \quad 15C. \frac{\sqrt{3}}{8}; 1. \quad 16C. \frac{36}{25}; \frac{3}{2}. \quad 17C. \frac{9}{4}; 3. \quad 18C. \frac{5}{3}. \quad 19C. (\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})^2; \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}}.$$