

Тренировочный вариант №23

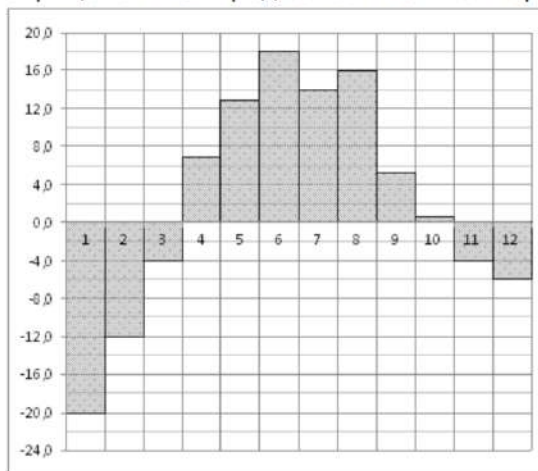
Часть 1.

1.

Когда из первого бидона перелили во второй 12,5% находившегося в первом бидоне молока, то молока в бидонах стало поровну, по 35 литров. Сколько молока было во втором бидоне?

2.

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме на сколько процентов число месяцев с положительной среднемесячной температурой больше числа месяцев с отрицательной среднемесячной температурой.



3.

В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD точка O — точка пересечения диагоналей. $S_{\triangle AOD} = 8$, $S_{\triangle BOC} = 2$. Найдите площадь трапеции.

4.

40% пакетов с молоком производят на молочном комбинате в Л., а остальные — на молокозаводе в С. Известно, что в среднем 3% пакетов, поступивших в продажу, протекает, а среди пакетов, изготовленных в Л. протекает в среднем 5%. Найдите вероятность того, что протекающий пакет изготовлен на заводе в С. Результат округлите до сотых.

5.

Найдите наименьший положительный корень уравнения $|2 \cos \frac{\pi x}{3} - 3| = 1$.

6.

Две стороны треугольника равны 2 и $2\sqrt{15}$, а медиана, проведенная к третьей стороне равна 4. Найдите синус угла между этой медианой и большей из заданных сторон.

7.

Найти значения параметра a , при котором график функции $y = x^3 - ax + 16$ касается оси Ox .

8.

В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник с катетами 8 и 6. Основание высоты пирамиды лежит в середине гипотенузы и высота равна 5. Найдите угол между боковым ребром пирамиды и плоскостью основания.

9.

Найдите значение выражения $\frac{a^4 + a^2 - 2}{a^3 - a^2 + 2a - 2}$ при $a = 1,231$

10.

При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, где $l_0 = 25$ м — длина покоящейся ракеты, $c = 3 \cdot 10^5$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 7 м? Ответ выразите в км/с.

11.

В сосуде было 12 л соляной кислоты (чистой). Часть кислоты отлили и добавили такое же количество воды. Затем снова отлили столько же раствора и опять добавили воды. Сколько литров жидкости отливали каждый раз, если в результате в сосуде оказался 56,25%-й раствор соляной кислоты?

12.

Найдите произведение наибольшего и наименьшего значений функции $y = x - 3 \cdot \sqrt[3]{x}$, которые она принимает на отрезке $[\frac{1}{8}; 8]$.

Часть 2.

Задание **13.**

а) Найти все решения уравнения

$$4 \cos^4 \frac{x}{4} = \cos \frac{x}{2} + 2 \cos^2 \frac{x}{4} \cos 2x,$$

б) найдите число корней, принадлежащих промежутку $[-21\pi; 11\pi]$

Задание **14.**

Боковые рёбра треугольной пирамиды попарно перпендикулярны (*прямоугольный тетраэдр*).

а) Докажите, что площадь боковой грани равна среднему геометрическому площади основания и площади проекции этой грани на плоскость основания.

б) Найдите площадь основания, если площади боковых граней равны 6, 7, 8.

Задание **15.**

Решите неравенство $x - \sqrt{6x - x^2 - 8} \leq 2 - \sqrt{x^2 - 2x - 3}$.

Задание 16.

Точки D и E — середины сторон соответственно AC и BC треугольника ABC . На отрезке DE как на диаметре построена окружность, пересекающая продолжения сторон AC и BC в точках M и N соответственно.

- а) Докажите, что биссектрисы углов MEN и NDM пересекаются на этой окружности.
б) Найдите MN , если известно, что $AB = 14$, $BC = 10$, $AC = 6$.

Задание 17.

15-го марта планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 17 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- с 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 16-й месяц долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 16-го месяца долг составит 400 тысяч рублей;
- к 15-му числу 17-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1608 тысяч рублей?

Задание 18.

Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$25x^5 - 25(p-1)x^3 + 4(p+5)x = 0$$

имеет ровно пять различных решений, а сами решения, упорядоченные по возрастанию, образуют арифметическую прогрессию.

Задание 19.

Последовательность $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ состоит из натуральных чисел, причем, $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ при всех натуральных n .

- а) Может ли выполняться равенство $5a_5 = 9a_4$?
б) Может ли выполняться равенство $5a_5 = 7a_4$?
в) При каком наибольшем натуральном n может выполняться равенство $3n \cdot a_{n+1} = (n^2 - 1)a_n$?