

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

21 декабря 2017 года

Вариант МА10209

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

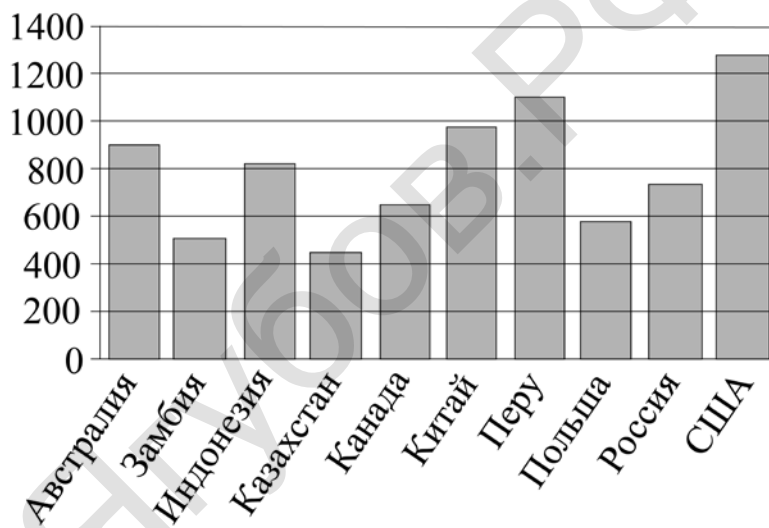
1

Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 3 %. Книга стоит 300 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

Ответ: \_\_\_\_\_.

2

На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимала Россия?

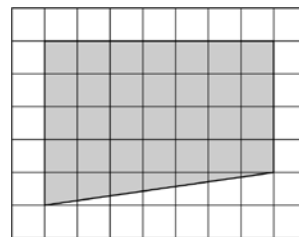


Ответ: \_\_\_\_\_.

3

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите её площадь.

Ответ: \_\_\_\_\_.



4

Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию  $A = \{\text{сумма очков равна } 9\}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

5

Найдите корень уравнения  $-\frac{2}{9}x = 1\frac{1}{9}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

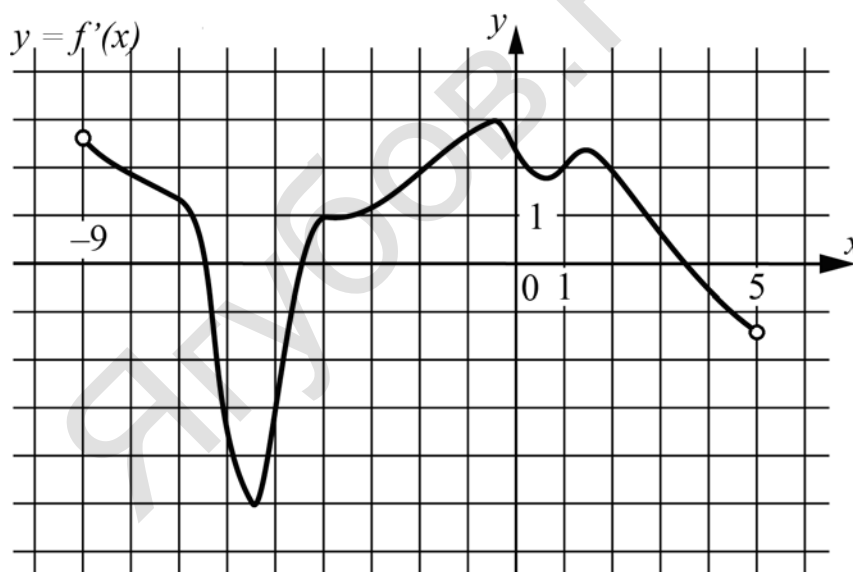
6

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $150^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 26. Найдите площадь этого треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7

На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 5)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

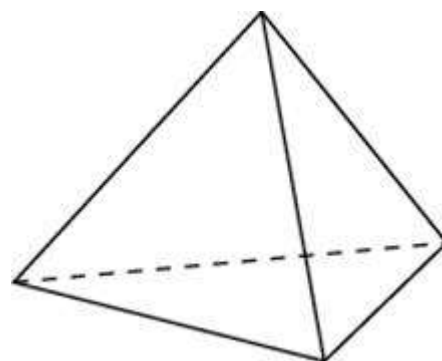


Ответ: \_\_\_\_\_.

8

Во сколько раз уменьшится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра уменьшить в три раза?

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Часть 2**

**9** Найдите значение выражения  $8^{\sqrt{8}+6} \cdot 8^{-5-\sqrt{8}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому  $P = \sigma ST^4$ , где  $P$  — мощность излучения звезды (в ваттах),  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$  — постоянная,  $S$  — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а  $T$  — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна  $\frac{1}{729} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$ , а мощность её излучения равна  $5,13 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$ . Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Васе надо решить 245 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днём. Известно, что за первый день Вася решил 11 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 7 дней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите наибольшее значение функции  $y = 8x - 4\text{tg}x - 2\pi + 2$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13** а) Решите уравнение  $\sin 2x + 2\cos^2 x + \cos 2x = 0$ .  
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$ .

- 14** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  боковое ребро равно 7, а сторона основания равна 6. На продолжении ребра  $SA$  за точку  $A$  отмечена точка  $P$ , а на продолжении ребра  $SB$  за точку  $B$  — точка  $Q$ , причём  $AP = BQ = SA$ .  
а) Докажите, что прямые  $PQ$  и  $SC$  перпендикулярны друг другу.  
б) Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $CPQ$ .

- 15** Решите неравенство  $\log_6(64^x + 36^x - 65 \cdot 8^x + 64) \geq 2x$ .

- 16** Окружность с центром  $O$ , вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон  $BC$ ,  $AB$  и  $AC$  в точках  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно. Прямая  $KM$  вторично пересекает в точке  $P$  окружность радиуса  $AM$  с центром  $A$ .  
а) Докажите, что прямая  $AP$  параллельна прямой  $BC$ .  
б) Пусть  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AM = 3$ ,  $CM = 2$ ,  $Q$  — точка пересечения прямых  $KM$  и  $AB$ , а  $T$  — такая точка на отрезке  $PQ$ , что  $\angle OAT = 45^\circ$ . Найдите  $QT$ .

- 17** Строительство нового завода стоит 115 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. единиц продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 + x + 9$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 + x + 9)$ . Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении  $p$  строительство завода окупится не более чем за 5 лет?

**18** Найдите все целые отрицательные значения параметра  $a$ , при каждом из которых существует такое действительное число  $b > a$ , что неравенство  $21b \geq 6|a+b| - 3|b-2| - |a-b| - 9|a^2 - b + 2| + 16$  **не выполнено**.

**19** Шесть экспертов оценивали фильм. Каждый из них выставил оценку — целое число баллов от 0 до 10 включительно. Все эксперты выставили различные оценки. Старый рейтинг фильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. Новый рейтинг фильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки, и подсчитывается среднее арифметическое четырёх оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{18}$ ?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{12}$ ?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности старого и нового рейтингов.

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

21 декабря 2017 года

Вариант МА10210

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

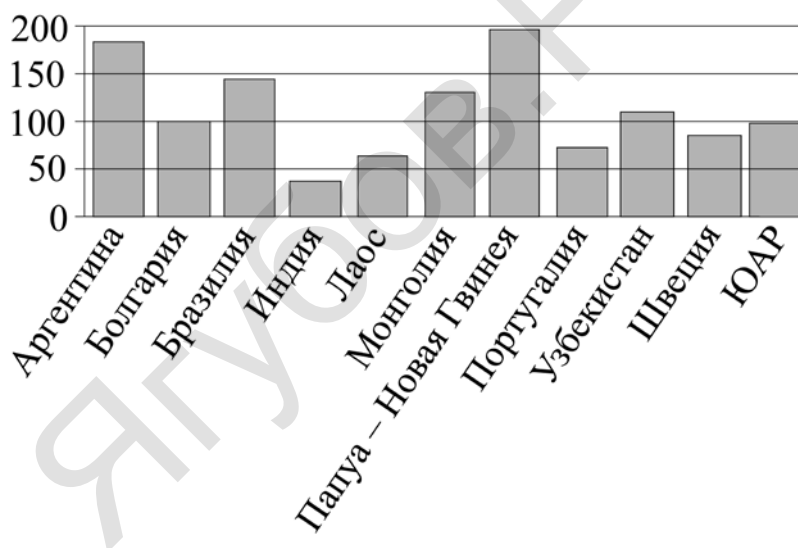
**Часть 1**

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 4 %. Книга стоит 150 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

Ответ: \_\_\_\_\_.

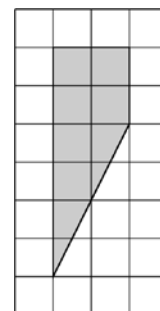
- 2** На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа – Новая Гвинея, одиннадцатое место — Индия. Какое место занимала Бразилия?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите её площадь.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 4 Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию  $A = \{\text{сумма очков равна } 2\}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

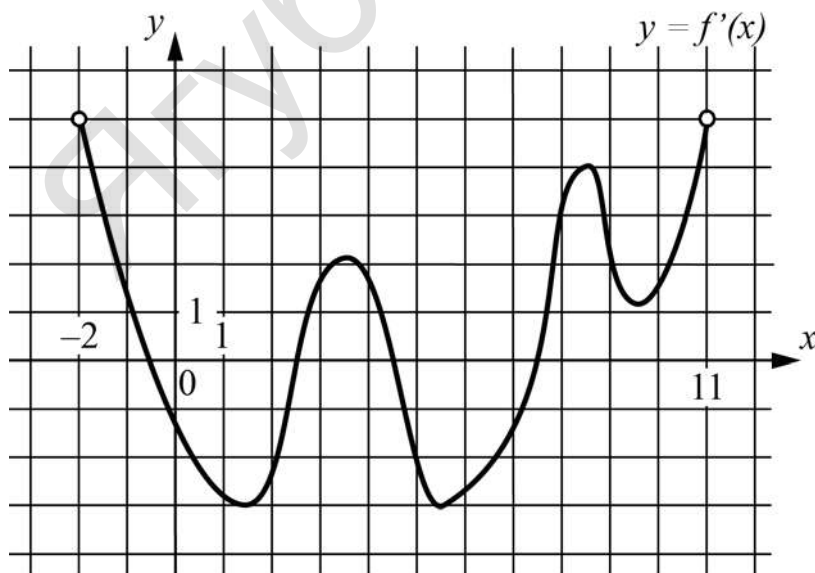
- 5 Найдите корень уравнения  $-\frac{5}{6}x = 12\frac{1}{2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $150^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 40. Найдите площадь этого треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.

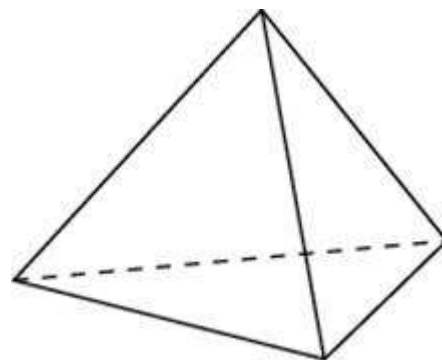
- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 11)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Во сколько раз увеличится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра увеличить в девять раз?

Ответ: \_\_\_\_\_.



### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $5^{\sqrt{3}+5} \cdot 5^{-4-\sqrt{3}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому  $P = \sigma ST^4$ , где  $P$  — мощность излучения звезды (в ваттах),  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$  — постоянная,  $S$  — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а  $T$  — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна  $\frac{1}{128} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$ , а мощность её излучения равна  $1,14 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$ . Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Васе надо решить 98 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днём. Известно, что за первый день Вася решил 8 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 7 дней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $y = 6x - 3\text{tg}x - 1,5\pi + 2$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13** а) Решите уравнение  $2\sin^2 x - 2\cos 2x - \sin 2x = 0$ .  
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-6\pi; -\frac{9\pi}{2}\right]$ .

- 14** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  боковое ребро равно 6, а сторона основания равна 4. На продолжении ребра  $SA$  за точку  $A$  отмечена точка  $P$ , а на продолжении ребра  $SB$  за точку  $B$  — точка  $Q$ , причём  $AP = BQ = SA$ .  
а) Докажите, что прямые  $PQ$  и  $SC$  перпендикулярны друг другу.  
б) Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $CPQ$ .

- 15** Решите неравенство  $\log_3(81^x + 16^x - 18 \cdot 4^x + 32) \geq 4x$ .

- 16** Окружность с центром  $O$ , вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон  $BC$ ,  $AB$  и  $AC$  в точках  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно. Прямая  $KM$  вторично пересекает в точке  $P$  окружность радиуса  $AM$  с центром  $A$ .  
а) Докажите, что прямая  $AP$  параллельна прямой  $BC$ .  
б) Пусть  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AM = 6$ ,  $CM = 4$ ,  $Q$  — точка пересечения прямых  $KM$  и  $AB$ , а  $T$  — такая точка на отрезке  $PQ$ , что  $\angle OAT = 45^\circ$ . Найдите  $QT$ .

- 17** Строительство нового завода стоит 122 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. единиц продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 - 2x + 10$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 - 2x + 10)$ . Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении  $p$  строительство завода окупится не более чем за 4 года?

**18** Найдите все целые отрицательные значения параметра  $a$ , при каждом из которых существует такое действительное число  $b > a$ , что неравенство  $20b \geq 6|2a + b| + 2|b - 2| - |2a - b| - 5|4a^2 - b + 2|$  **не выполнено**.

**19** Восемь экспертов оценивали фильм. Каждый из них выставил оценку — целое число баллов от 0 до 12 включительно. Все эксперты выставили различные оценки. Старый рейтинг фильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. Новый рейтинг фильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки, и подсчитывается среднее арифметическое шести оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{20}$ ?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{24}$ ?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности старого и нового рейтингов.

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

21 декабря 2017 года

Вариант МА10211

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

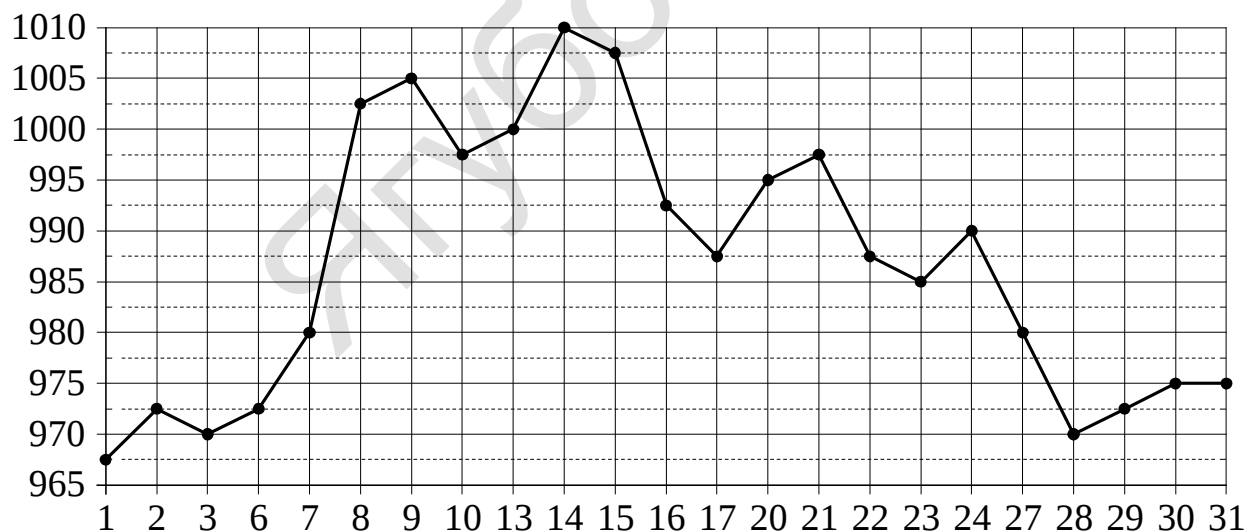
## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3200 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1200 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 700 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

Ответ: \_\_\_\_\_.

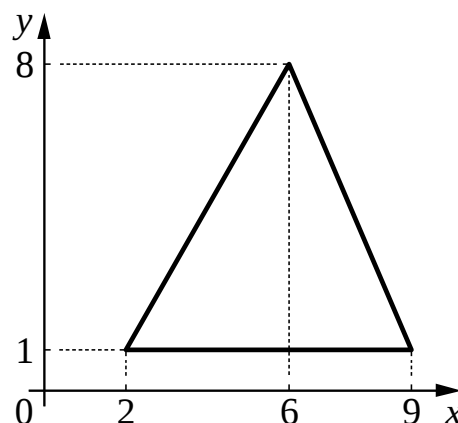
- 2** На рисунке жирными точками показана цена золота, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена золота в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода цена золота была больше 982,5 рубля за грамм.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.

Ответ: \_\_\_\_\_.



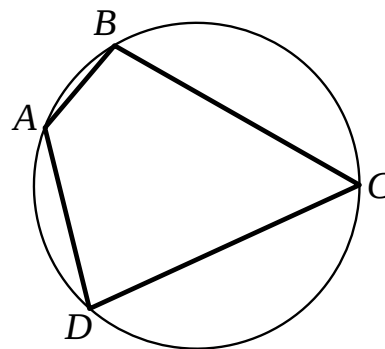
- 4 Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше четырёх задач, равна 0,73. Вероятность того, что А. верно решит больше трёх задач, равна 0,86. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 4 задачи.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_6(x - 3) = 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

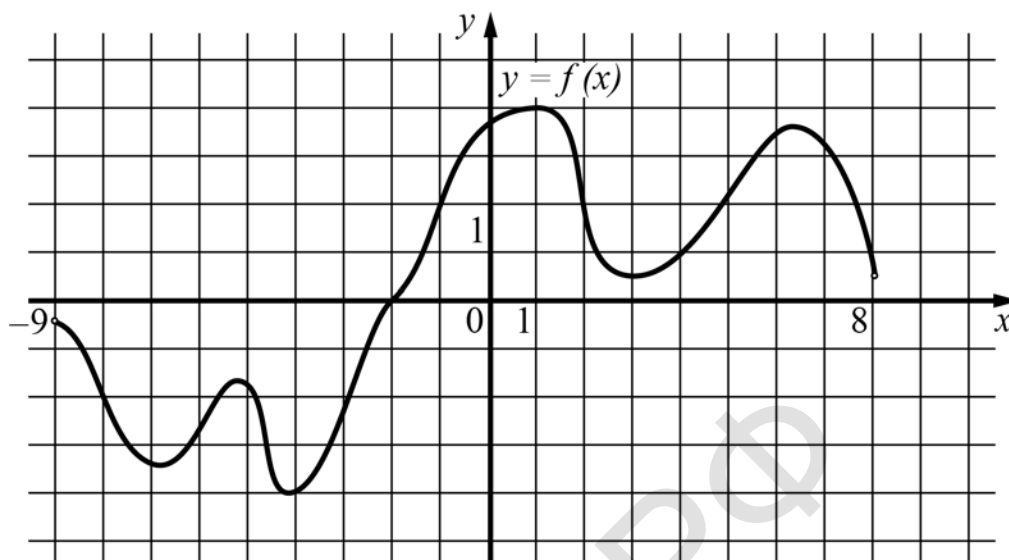
- 6 Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $BAD$  равен  $125^\circ$ . Найдите угол  $BCD$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

7

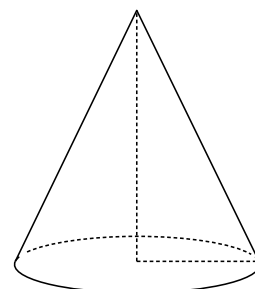
На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 8)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 10$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

8

Высота конуса равна 33, а диаметр основания равен 88. Найдите образующую конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2****9**

Найдите значение выражения  $\frac{15}{\sin^2 72^\circ + \sin^2 18^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10**

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a = 32\,000 \text{ км/ч}^2$ . Скорость  $v$  (в км/ч) вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 160 км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11**

Грузовик перевозит партию щебня массой 340 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 4 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за последний день, если вся работа была выполнена за 17 дней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12**

Найдите наименьшее значение функции

$$y = e^{2x} - 8e^x + 1$$

на отрезке  $[0; 2]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13** а) Решите уравнение  $4\sin^4 2x + 3\cos 4x = 1$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$ .

**14** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  боковое ребро равно 5, а сторона основания равна 4. На продолжении ребра  $SA$  за точку  $A$  отмечена точка  $P$ , а на продолжении ребра  $SB$  за точку  $B$  — точка  $Q$ , причём  $AP = BQ = SA$ .

а) Докажите, что прямые  $PQ$  и  $SC$  перпендикулярны друг другу.

б) Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $CPQ$ .

**15** Решите неравенство 
$$\frac{4 \cdot 7^{2x} - \frac{15}{7} \cdot 7^{x+1} + 11}{7^{x+1} - 7^{2x+1}} \leq \frac{9}{7^{x+1}}.$$

**16** Окружность с центром  $O$ , вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон  $BC$ ,  $AB$  и  $AC$  в точках  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно. Прямая  $KM$  вторично пересекает в точке  $P$  окружность радиуса  $AM$  с центром  $A$ .

а) Докажите, что прямая  $AP$  параллельна прямой  $BC$ .

б) Пусть  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AM = 3$ ,  $CM = 2$ ,  $Q$  — точка пересечения прямых  $KM$  и  $AB$ , а  $T$  — такая точка на отрезке  $PQ$ , что  $\angle OAT = 45^\circ$ . Найдите  $QT$ .

**17** Строительство нового завода стоит 156 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. единиц продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 + 4x - 7$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 + 4x - 7)$ . Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении  $p$  строительство завода окупится не более чем за 4 года?

**18** Найдите все целые отрицательные значения параметра  $a$ , при каждом из которых существует такое действительное число  $b > a$ , что неравенство  $21b \geq 6|a + b| - 3|b - 2| - |a - b| - 9|a^2 - b + 2| + 16$  не выполнено.

**19** Шесть экспертов оценивали фильм. Каждый из них выставил оценку — целое число баллов от 0 до 10 включительно. Все эксперты выставили различные оценки. Старый рейтинг фильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. Новый рейтинг фильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки, и подсчитывается среднее арифметическое четырёх оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{18}$ ?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{12}$ ?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности старого и нового рейтингов.

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

21 декабря 2017 года

Вариант МА10212

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

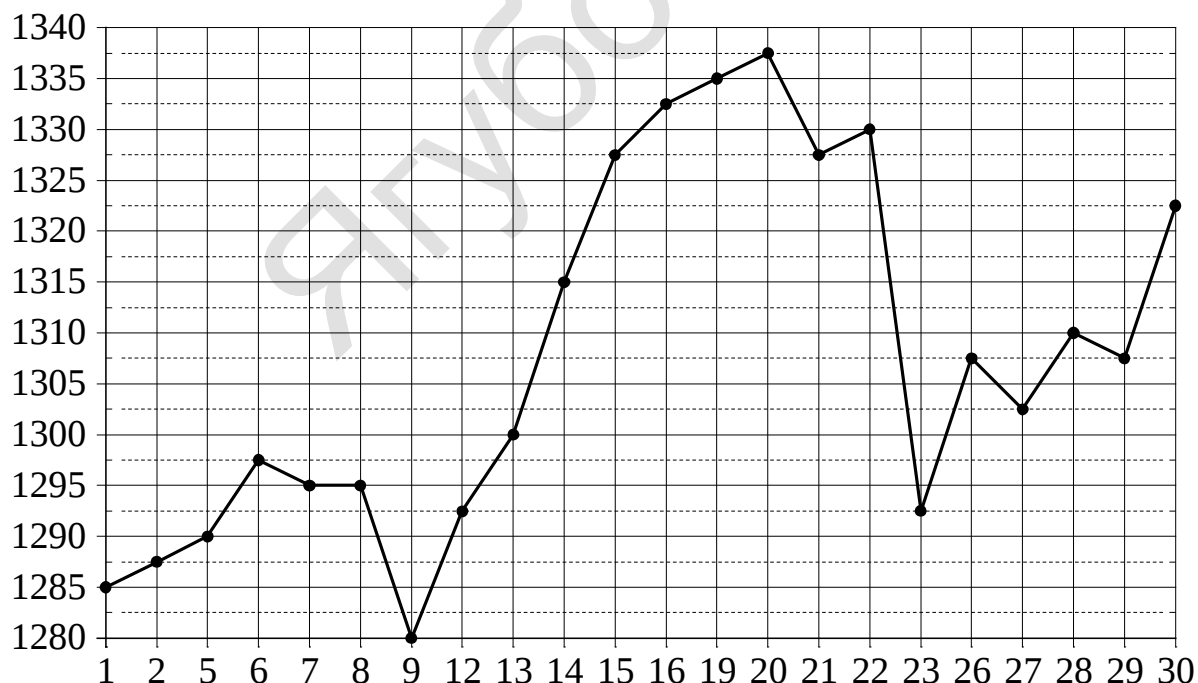
## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2100 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1600 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 1200 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

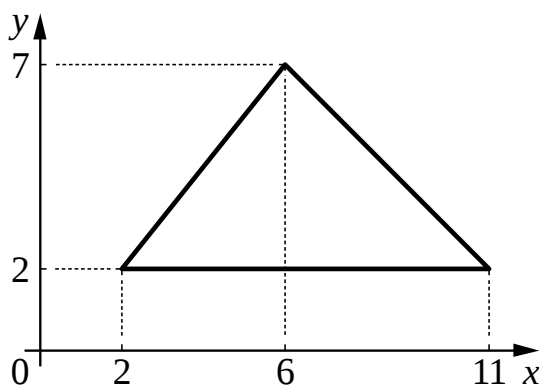
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена золота, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена золота в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода цена золота была больше 1305 рублей за грамм.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



Ответ: \_\_\_\_\_.

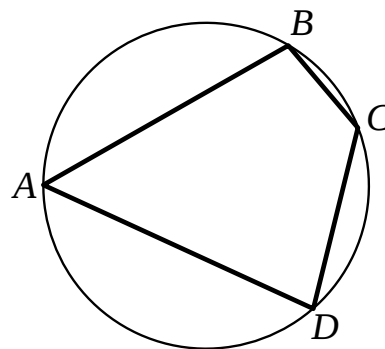
- 4 Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше девяти задач, равна 0,78. Вероятность того, что А. верно решит больше восьми задач, равна 0,87. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 9 задач.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_3(x + 4) = 3$ .

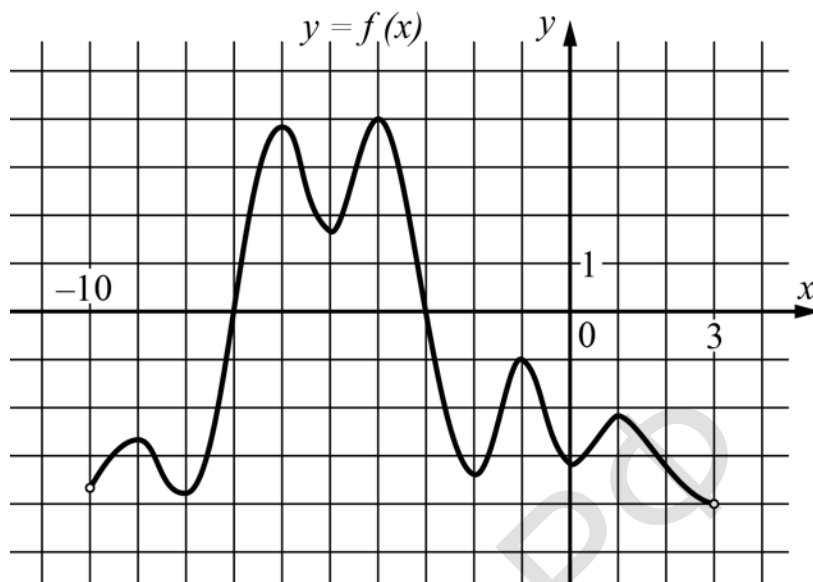
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $BAD$  равен  $72^\circ$ . Найдите угол  $BCD$ . Ответ дайте в градусах.



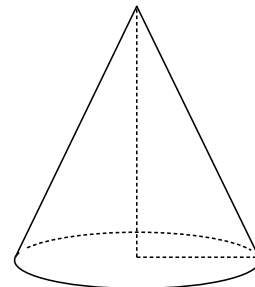
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-10; 3)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = -20$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Высота конуса равна 42, а диаметр основания равен 112. Найдите образующую конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2****9**

Найдите значение выражения  $\frac{16}{\sin^2 48^\circ + \sin^2 138^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10**

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a = 10\,000 \text{ км/ч}^2$ . Скорость  $v$  (в км/ч) вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 100 км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11**

Грузовик перевозит партию щебня массой 304 тонны, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 4 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за последний день, если вся работа была выполнена за 16 дней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12**

Найдите наименьшее значение функции

$$y = e^{2x} - 6e^x - 2$$

на отрезке  $[0; 2]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13** а) Решите уравнение  $8\sin^4 2x + 5\cos 4x = 3$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

**14** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  боковое ребро равно 7, а сторона основания равна 4. На продолжении ребра  $SA$  за точку  $A$  отмечена точка  $P$ , а на продолжении ребра  $SB$  за точку  $B$  — точка  $Q$ , причём  $AP = BQ = SA$ .

а) Докажите, что прямые  $PQ$  и  $SC$  перпендикулярны друг другу.

б) Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $CPQ$ .

**15** Решите неравенство 
$$\frac{4 \cdot 11^{2x} - \frac{15}{11} \cdot 11^{x+1} + 11}{11^{x+1} - 11^{2x+1}} \leq \frac{9}{11^{x+1}}.$$

**16** Окружность с центром  $O$ , вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон  $BC$ ,  $AB$  и  $AC$  в точках  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно. Прямая  $KM$  вторично пересекает в точке  $P$  окружность радиуса  $AM$  с центром  $A$ .

а) Докажите, что прямая  $AP$  параллельна прямой  $BC$ .

б) Пусть  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AM = 6$ ,  $CM = 4$ ,  $Q$  — точка пересечения прямых  $KM$  и  $AB$ , а  $T$  — такая точка на отрезке  $PQ$ , что  $\angle OAT = 45^\circ$ . Найдите  $QT$ .

**17** Строительство нового завода стоит 55 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. единиц продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 + 2x + 7$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 + 2x + 7)$ . Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении  $p$  строительство завода окупится не более чем за 5 лет?

**18** Найдите все целые отрицательные значения параметра  $a$ , при каждом из которых существует такое действительное число  $b > a$ , что неравенство  $20b \geq 6|2a + b| + 2|b - 2| - |2a - b| - 5|4a^2 - b + 2|$  не выполнено.

**19** Восемь экспертов оценивали фильм. Каждый из них выставил оценку — целое число баллов от 0 до 12 включительно. Все эксперты выставили различные оценки. Старый рейтинг фильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. Новый рейтинг фильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки, и подсчитывается среднее арифметическое шести оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{20}$ ?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться  $\frac{1}{24}$ ?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности старого и нового рейтингов.