

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 238

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.



Желаем успеха!

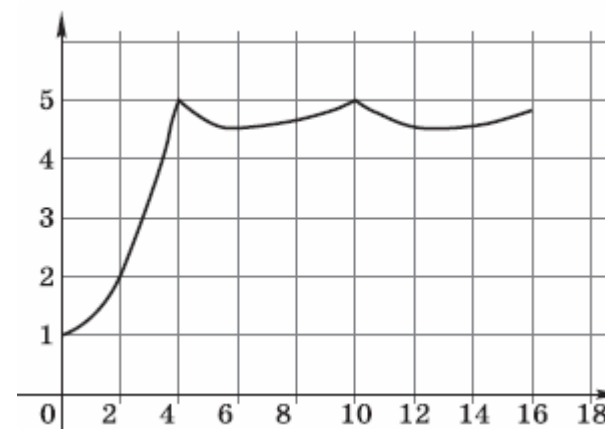
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Бассейн имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Его длина, ширина и глубина равны соответственно 25 м, 12 м и 2 м. Для облицовки дна и стен бассейна решено приобрести плитку по цене 500 р. за квадратный метр. Сколько рублей будет стоить покупка, если по периметру бассейна дополнительно планируется выложить прямоугольную дорожку шириной 1 м из той же плитки?

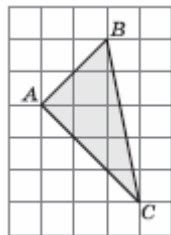
Ответ: _____.

2. На графике показано изменение давления в паровой турбине после запуска. На оси абсцисс откладывается время в минутах, на оси ординат — давление в атмосферах. Определите по графику, сколько минут прошло от запуска турбины до момента, когда давление в первый раз достигло наибольшего значения.



Ответ: _____.

3. Найдите площадь треугольника ABC, если сторона клетки равна 4.



Ответ: _____.

4. На прилавке лежат 8 одинаковых пар перчаток, но у одной пары есть незаметный снаружи брак внутри обеих перчаток. В ходе примерок все перчатки перемешались. Продавец разделил все перчатки случайным образом на 4 группы по 4 штуки. Какова вероятность того, что обе бракованные перчатки находятся в одной группе?

Ответ: _____.

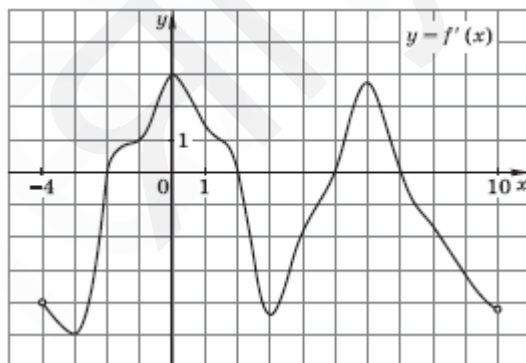
5. Решите уравнение $\sqrt{x^2 + 16} = 3x - 4$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из корней.

Ответ: _____.

6. Найдите острый угол между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 10)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = x$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

8. Высота правильной треугольной пирамиды вдвое меньше стороны основания. Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $x + 2^{3x+2} \cdot 8^{-x}$ при $x = 6$

Ответ: _____.

10. После дождя уровень воды в колодезе может повыситься. Мальчик определяет его, измеряя время падения t небольших камушков в колодец и рассчитывая по формуле $h = 5t^2$. До дождя время падения камушков составляло 1,4 с. На какую минимальную высоту должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось больше чем на 0,2 с?

Ответ: _____.

11. Из точки A круговой трассы одновременно начинают равномерное движение в противоположных направлениях два тела. К моменту их встречи первое тело проходит на 200 м больше, чем второе, и возвращается в точку A через 25 мин после встречи. Найдите длину трассы в метрах, если второе тело возвращается в точку A через 36 мин после встречи.

Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{x^2 - 8x + 64}{x}$ на отрезке $[4; 18]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sin 2x = \sin x - 2 \cos x + 1$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

14. В треугольной пирамиде ABCD длины всех рёбер равны. Точка Р равноудалена от вершин А и D, причём известно, что $PB = PC$ и прямая PB перпендикулярна высоте треугольника ACD, опущенной из вершины D.

а) Докажите, что точка Р лежит на пересечении высот пирамиды ABCD .

б) Вычислите объем пирамиды ABCD, если известно, что $PB = \sqrt{\frac{3}{2}}$

15. Решите неравенство $(\log_x 2 - 1) \log_2 (2x) \leq \frac{3}{2}$

16. В трапецию ABCD с основаниями BC и AD вписана окружность с центром О, СН – высота трапеции, Е – точка пересечения диагоналей.

А) Докажите, что $\angle OHC = \frac{1}{2} \angle ADC$

Б) Найдите площадь четырехугольника СЕОН, если известно, что $\angle BAD = 90^\circ, BC = 9, AD = 18$.

17. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 20 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет был взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после его погашения равнялась 47 млн рублей?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$3a(a-7) - 8(a-7)(2^x + 1) \leq (8x^2 - 16x)(2^x + 1) - 3ax^2 + 6ax$$

имеет решения на промежутке $[-1; 0)$

19. Для членов последовательности целых чисел $a_1, a_2, \dots, a_6$ при всех натуральных $k \leq 4$ имеет место неравенство $a_{k+2} < 3a_{k+1} - 2a_k$

А) Приведите пример такой последовательности, для которой $a_1 = 0$ и $a_6 = 10$.

Б) Существует ли такая последовательность, для которой $a_1 = a_3 = a_6$?

В) Какое наименьшее значение может принимать a_2 , если $a_1 = 0$ и $a_6 = 1000$?