

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 237

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.



Желаем успеха!

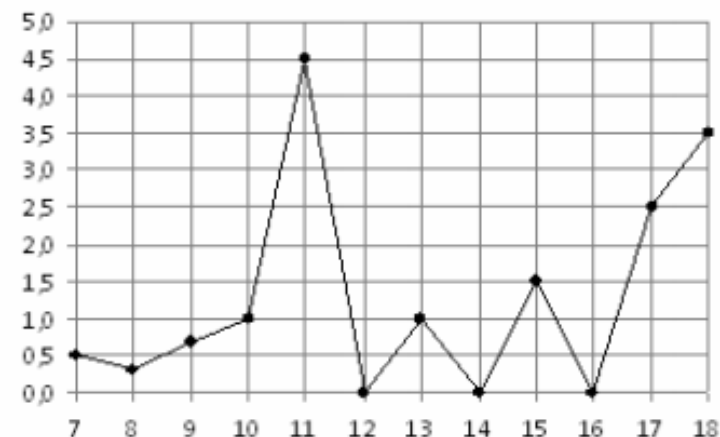
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 120 км в час? (Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.)

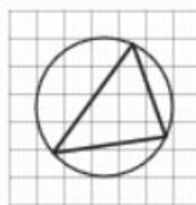
Ответ: _____.

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за данный период не выпадало осадков.



Ответ: _____.

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: _____.

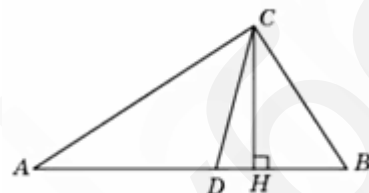
4. При изготовлении подшипников диаметром 61 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,976. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 60,99 мм, или больше, чем 61,01 мм.

Ответ: _____.

5. Найдите корень уравнения $36^{2x+1} = \frac{1}{6}$.

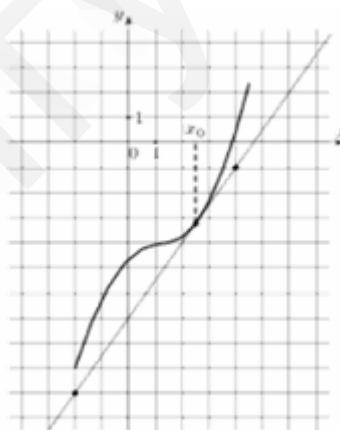
Ответ: _____.

6. Один из углов прямоугольного треугольника равен 69° . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



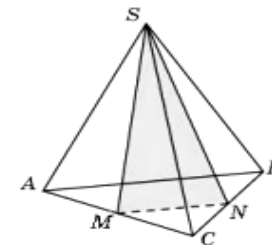
Ответ: _____.

7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

8. От треугольной пирамиды, объем которой равен 12, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через вершину пирамиды и среднюю линию основания. Найдите объем отсеченной треугольной пирамиды.



Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\log_2 5 \cdot \log_5 0,25$.

Ответ: _____.

10. В розетку электросети подключен прибор, общее сопротивление которого 80 Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите (в омах) наименьшее возможное сопротивление этого обогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 и R_2 сопротивление задается формулой $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$, а для нормальной работы электросети общее сопротивление в ней должно быть не менее 30 Ом.

Ответ: _____.

11. Расстояние между городами А и В равно 450 км. Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 70 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 240 км от города А. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12. Найдите точку максимума функции $y = (x-4)^2 \cdot e^x$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. Дано уравнение $2 \cdot 8^{\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos 2x}$.

А) Решите уравнение.

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

14. В конусе с вершиной в точке P высота $PO = \sqrt{7}$. В его основании проведена хорда AB , отстоящая от точки O на расстоянии, равном 3. Известно, что радиус основания конуса равен 5.

А) Докажите, что расстояние от точки P до прямой AB вдвое меньше длины отрезка AB .

Б) Найдите радиус сферы, описанной около пирамиды $POAB$.

15. Решите неравенство

$$\frac{(\log_2 x^4 + 1) \cdot (\log_2 x - 3) - \log_2 x + 2}{\log_2^2 x - 5 \cdot \log_2 x + 6} \geq \frac{\log_2^2 x - \log_2 x^3 + 1}{3 - \log_2 x}.$$

16. В остроугольном треугольнике ABC высоты пересекаются в точке H , точка O – центр описанной окружности, точка K – середина BC .

А) Докажите, что отрезок AH вдвое длиннее отрезка OK .

Б) Найдите длину отрезка OH , если известно, что $AB=5$, $BC=6$, $AC=7$.

17. В 2016 году в НИИ «Наномир» работали 20 сотрудников: директор, пять его заместителей, 12 инженеров и две уборщицы. Среднемесячная зарплата директора составляла 500 тыс. руб., зама – 200 тыс. руб., инженера 50 тыс. руб., уборщицы – 25 тыс. руб.

С 1 января 2017 года 4 инженера ушли на заслуженный отдых. Чтобы сохранить среднюю зарплату по НИИ на уровне прошлого года, директор решил изменить зарплату только у своих замов.

В конце 2017 года неожиданно выяснилось, что годовой фонд заработной платы НИИ, сформированный в объеме прошлого года, оказался выбран не полностью. В связи с этим все оставшиеся на счету фонда деньги директор перечислил себе в качестве премии.

Определите:

а) среднюю зарплату по НИИ в 2017 году;

б) на сколько % изменилась (увеличилась или уменьшилась) зарплата заместителей директора НИИ в 2017 году;

в) размер премии, полученной директором НИИ в конце 2017 года

18. Найдите все a , при каждом из которых уравнение

$$4^{1-x^2} - 3a^2 \cdot 2^{1-x^2} + 3a^3 - a^2 = 0$$

имеет ровно два корня.

19. В ряду чисел $3 * 4 * 5 * 6 * 12 * 13 * 14 * 15$ на месте каждой звездочки поставили знак «+» или «-» (по своему усмотрению) и подсчитали результат.

А) Могло ли в результате вычисления получиться число 9?

Б) Какое наименьшее натуральное число могло получиться в результате вычисления?

В) В ряду чисел $3 * 4 * 5 * 6 * 12 * 13 * 14 * 15$ на месте каждой звездочки поставили знак « $\times$ » или « $\div$ » (по своему усмотрению) и подсчитали результат.

Какое наименьшее натуральное число могло получиться в результате вычисления?