

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант 126

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелиевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

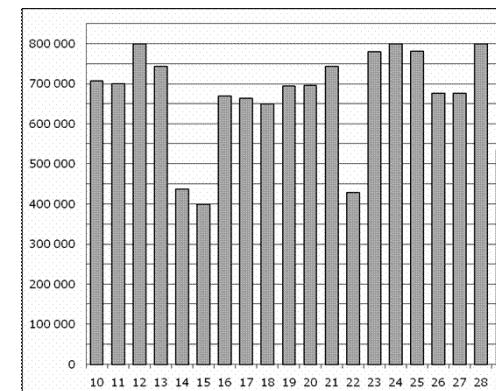
1

Бегун пробежал 250 м за 36 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____

2

На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, какого числа количество посетителей сайта РИА Новости было наименьшим за указанный период.

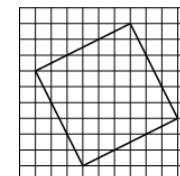


Ответ: _____

3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён квадрат. Найдите его площадь.

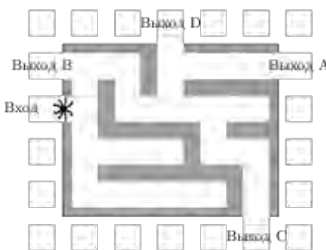
Ответ: _____



4

На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D .

Ответ: _____



5

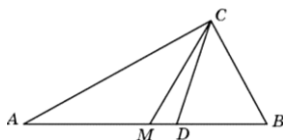
Найдите корень уравнения $(x + 7)^7 = 1$

Ответ: _____

6

Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведёнными из вершины прямого угла, равен 14° . Найдите меньший угол прямоугольного треугольника.

Ответ: _____



7

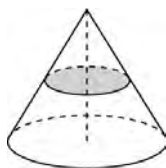
Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t=6$ с.

Ответ: _____

8

Объем конуса равен 12. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту пополам. Найдите объем отсеченного конуса.

Ответ: _____



Часть 2

9

Найдите значение выражения:

$$12\sqrt{3} \operatorname{tg}(-300^\circ)$$

Ответ: _____

10

Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу, со скоростью $v=3$ м/с под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью $u = \frac{m}{m+M} v \cos \alpha$ (м/с), где $m = 80$ кг — масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 400$ кг — масса платформы. Под каким максимальным углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до 0,25 м/с?

Ответ: _____

11

Смешав 43-процентный и 89-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 69-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 73-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 43-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____

12

Найдите точку минимума функции

$$y = -\frac{x}{x^2 + 1}$$

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение:

$$|\cos x + \sin x| = \sqrt{2} \sin 2x$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\pi; \pi]$

- 14** В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 5. На ребрах SA , AB , BC взяты точки P , Q , R соответственно так, что $PA=PQ=RC=2$.

- а) Докажите, что плоскость PQR перпендикулярна ребру SD .
б) Найдите расстояние от вершины D до плоскости PQR .

- 15** Решите неравенство:

$$\log_{\log_x 2x}(6x - 2) \geq 0$$

- 16** Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H .

- а) Докажите, что $\angle AHB_1 = \angle ACB$.
б) Найдите BC , если $AH = 21$ и $\angle BAC = 30^\circ$.

17

Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят t^2 тыс. рублей в конце года t ($t=1; 2; \dots$). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться в $1+g$ раз. Пенсионный фонд хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на его счёте была наибольшей. Расчёты показали, что для этого ценные бумаги нужно продавать строго в конце двадцать первого года. При каких положительных значениях g это возможно?

18

Найдите значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 - 7a + 7\sqrt{2x^2 + 49} = 3|x - 7a| - 6|x|$$

имеет хотя бы один корень.

19

Имеются каменные глыбы: 50 штук по 800 кг, 60 штук по 1 000 кг и 60 штук по 1 500 кг (раскалывать глыбы нельзя).

- а) Можно ли увезти все эти глыбы одновременно на 60 грузовиках, грузоподъёмностью 5 тонн каждый, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?
б) Можно ли увезти все эти глыбы одновременно на 38 грузовиках, грузоподъёмностью 5 тонн каждый, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?
в) Какое наименьшее количество грузовиков, грузоподъёмностью 5 тонн каждый, понадобится, чтобы вывезти все эти глыбы одновременно, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?

Ответы	
№1	25
№2	15
№3	45
№4	0,0625
№5	-6
№6	31
№7	20
№8	1,5
№9	36
№10	60
№11	35
№12	1
№13	а) $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$ б) $-\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4}$
№14	б) $\frac{7}{2}$
№15	$\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right); (1; \infty)$
№16	б) $7\sqrt{3}$
№17	$\frac{43}{441} < r < \frac{41}{400}$
№18	$-7; [14 - 7\sqrt{3}; 14 + 7\sqrt{3}]$
№19	а) да; б) нет; в) 39