

ПРОЕКТ

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов
единого государственного экзамена 2019 года
по математике

Базовый уровень

подготовлен Федеральным государственным бюджетным
научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

**Пояснения к демонстрационному варианту
контрольных измерительных материалов ЕГЭ 2019 года
по МАТЕМАТИКЕ**

При ознакомлении с демонстрационным вариантом контрольных измерительных материалов ЕГЭ 2019 г. следует иметь в виду, что задания, включённые в него, не отражают всех вопросов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2019 г. Полный перечень вопросов, которые могут контролироваться на едином государственном экзамене 2019 г., приведён в кодификаторах элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена 2019 г. по математике.

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику ЕГЭ и широкой общественности составить представление о структуре будущих КИМ, количестве заданий, об их форме и уровне сложности.

В демонстрационном варианте представлено по несколько примеров заданий на каждую позицию экзаменационной работы. В реальных вариантах экзаменационной работы на каждую позицию будет предложено только одно задание.

Приведённые критерии оценки выполнения заданий с развёрнутым ответом, включённые в этот вариант, дают представление о требованиях к полноте и правильности записи развёрнутого ответа.

Эти сведения позволят выпускникам выработать стратегию подготовки к ЕГЭ.

**Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов
для проведения в 2019 году единого государственного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ**

Базовый уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются по приведённым ниже образцам в виде числа или последовательности цифр. Сначала запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания.

КИМ

Ответ: -0,6.

5	-	0	,	6																
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

Если ответом является последовательность цифр, как в приведённом ниже примере, то запишите эту последовательность в бланк ответов № 1 без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

КИМ

Ответ:

А	Б	В	Г
4	3	1	2

9	4	3	1	2																
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланке ответов № 1 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

Алгебра

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0 \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

Корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac = 0$$

Формулы сокращённого умножения

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Степень и логарифм

Свойства степени
при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Свойства логарифма
при $a > 0, a \neq 1, b > 0, x > 0, y > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

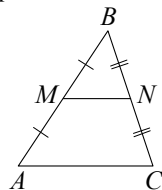
$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

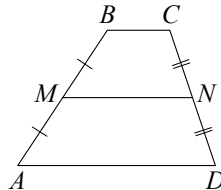
$$\log_a b^k = k \log_a b$$

Геометрия

Средняя линия треугольника и трапеции

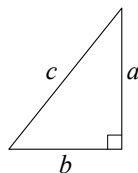


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$



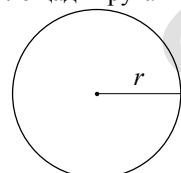
$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Теорема Пифагора



$$a^2 + b^2 = c^2$$

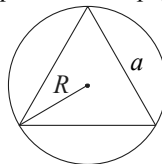
Длина окружности
Площадь круга



$$C = 2\pi r$$

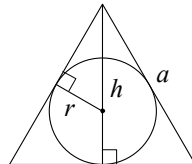
$$S = \pi r^2$$

Правильный треугольник



$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

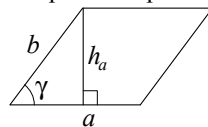


$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Площади фигур

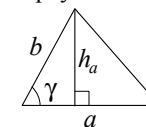
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

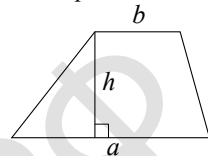
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

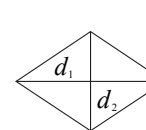
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Ромб

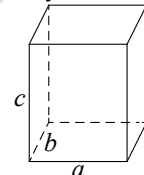


d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

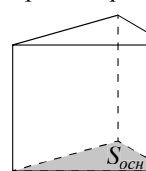
Площади поверхностей и объёмы тел

Прямоугольный параллелепипед



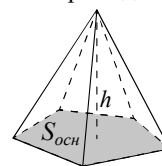
$$V = abc$$

Прямая призма



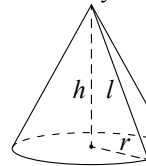
$$V = S_{осн} h$$

Пирамида



$$V = \frac{1}{3} S_{осн} h$$

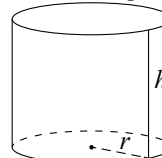
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$S_{бок} = \pi r l$$

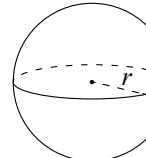
Цилиндр



$$V = \pi r^2 h$$

$$S_{бок} = 2\pi r h$$

Шар

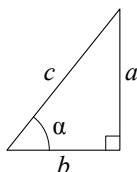


$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$S = 4\pi r^2$$

Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник

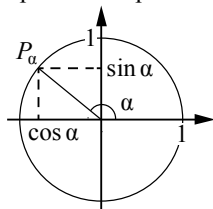


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность

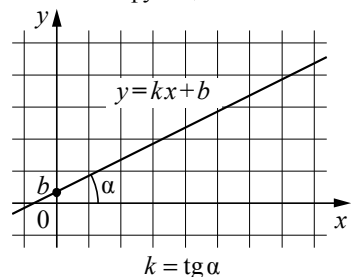
Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

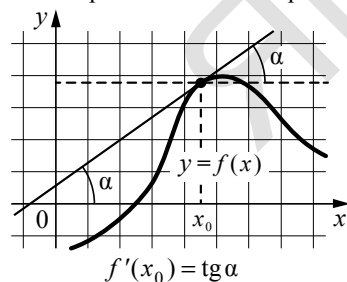
α	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Функции

Линейная функция



Геометрический смысл производной



Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, или целое число, или последовательность цифр. Ответ сначала запишите к заданию в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1** справа от номера соответствующего задания. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1Найдите значение выражения $(6,7 - 3,2) \cdot 2,4$.

Ответ: _____.

ИЛИНайдите значение выражения $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) \cdot 6$.

Ответ: _____.

2Найдите значение выражения $\frac{0,24 \cdot 10^6}{0,6 \cdot 10^4}$.

Ответ: _____.

ИЛИНайдите значение выражения $\frac{2^6 \cdot 3^8}{6^5}$.

Ответ: _____.

3

Ивану Кузьмичу начислена заработная плата 20 000 рублей. Из этой суммы вычитается налог на доходы физических лиц в размере 13%. Сколько рублей он получит после уплаты подоходного налога?

Ответ: _____.

ИЛИ

ЕГЭ по физике сдавали 25 выпускников школы, что составляет треть от общего числа выпускников. Сколько выпускников этой школы не сдавали экзамен по физике?

Ответ: _____.

4 Найдите m из равенства $F = ma$, если $F = 84$ и $a = 12$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите v_0 из равенства $v = v_0 + at$, если $v = 20$, $t = 2$ и $a = 7$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите S из равенства $S = v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$, если $v_0 = 6$, $t = 2$, $a = -2$.

Ответ: _____.

5 Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = 0,8$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите значение выражения $(2\sqrt{13} - 1)(2\sqrt{13} + 1)$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите значение выражения $5^{\log_5 6 + 1}$.

Ответ: _____.

6 Баночка йогурта стоит 14 рублей 60 копеек. Какое наибольшее количество баночек йогурта можно купить на 100 рублей?

Ответ: _____.

ИЛИ

Килограмм моркови стоит 40 рублей. Олег купил 1 кг 600 г моркови. Сколько рублей сдачи он должен получить со 100 рублей?

Ответ: _____.

ИЛИ

Для ремонта требуется 63 рулона обоев. Какое наименьшее количество пачек обойного клея нужно для такого ремонта, если 1 пачка клея рассчитана на 6 рулонов?

Ответ: _____.

7 Найдите корень уравнения $3^{x-3} = 81$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите корень уравнения $\log_2(x-3) = 6$.

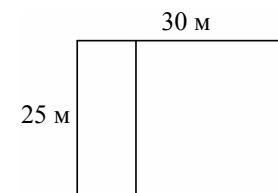
Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите отрицательный корень уравнения $x^2 - x - 6 = 0$.

Ответ: _____.

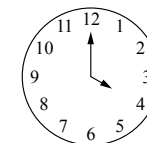
8 Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 25 метров и 30 метров. Хозяин планирует обнести его забором и разделить таким же забором на две части, одна из которых имеет форму квадрата. Найдите суммарную длину забора в метрах.



Ответ: _____.

ИЛИ

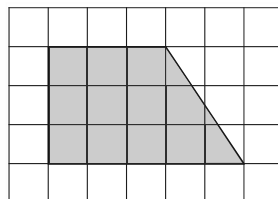
Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки в 16:00?



Ответ: _____.

ИЛИ

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



Ответ: _____.

9

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

ЗНАЧЕНИЯ

- | | |
|---------------------------------------|-----------|
| А) рост ребёнка | 1) 32 км |
| Б) толщина листа бумаги | 2) 30 м |
| В) протяжённость автобусного маршрута | 3) 0,2 мм |
| Г) высота жилого дома | 4) 110 см |

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

ИЛИ

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

ЗНАЧЕНИЯ

- | | |
|-------------------------------|----------|
| А) масса взрослого человека | 1) 8 т |
| Б) масса грузового автомобиля | 2) 5 г |
| В) масса книги | 3) 65 кг |
| Г) масса пуговицы | 4) 300 г |

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

10

В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 35 спортсменов: 7 из России, 12 из Китая, 9 из Японии и 7 из США. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из России.

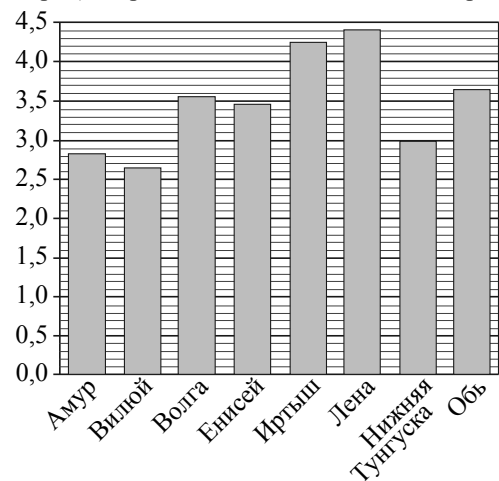
Ответ: _____.

ИЛИ

Из каждых 100 лампочек, поступающих в продажу, в среднем 3 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная в магазине лампочка окажется исправной?

Ответ: _____.

- 11 На диаграмме приведены данные о длине восьми крупнейших рек России (в тысячах километров). Первое место по длине занимает река Лена.



На каком месте по длине находится река Амур?

Ответ: _____.

ИЛИ

В таблице показано распределение медалей на XXII Зимних Олимпийских играх в Сочи среди команд, занявших первые 10 мест по количеству золотых медалей.

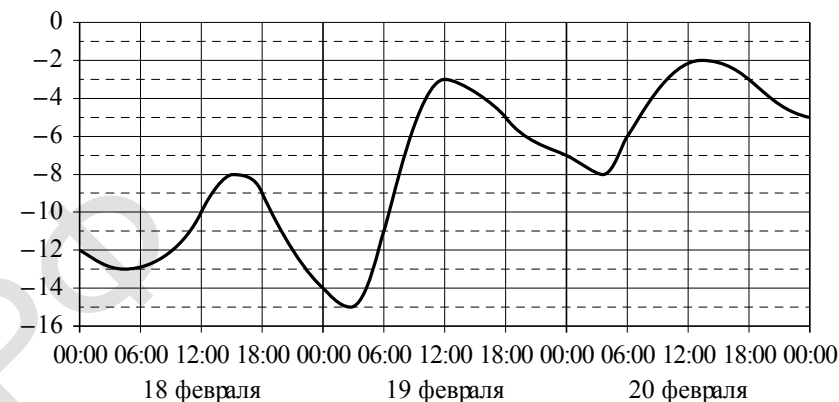
Место	Команда	Медали			
		золотые	серебряные	бронзовые	всего
1	Россия	13	11	9	33
2	Норвегия	11	5	10	26
3	Канада	10	10	5	25
4	США	9	7	12	28
5	Нидерланды	8	7	9	24
6	Германия	8	6	5	19
7	Швейцария	6	3	2	11
8	Белоруссия	5	0	1	6
9	Австрия	4	8	5	17
10	Франция	4	4	7	15

Определите с помощью таблицы, сколько серебряных медалей у команды, занявшей второе место по количеству золотых медалей.

Ответ: _____.

ИЛИ

На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. На горизонтальной оси отчается число, месяц, время суток в часах; на вертикальной оси — значение температуры в градусах Цельсия.



Определите по графику наибольшую температуру воздуха 19 февраля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

12

Для обслуживания международного семинара необходимо собрать группу переводчиков. Сведения о кандидатах представлены в таблице.

Номер переводчика	Язык	Стоимость услуг (руб. в день)
1	Немецкий, испанский	7000
2	Английский, немецкий	6000
3	Английский	3000
4	Английский, французский	6000
5	Французский	2000
6	Испанский	4000

Пользуясь таблицей, соберите хотя бы одну группу, в которой переводчики вместе владеют четырьмя иностранными языками: английским, немецким, французским и испанским, а суммарная стоимость их услуг не превышает 12 000 рублей в день.

В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров переводчиков без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

ИЛИ

Турист подбирает экскурсии. Сведения об экскурсиях представлены в таблице.

Номер экскурсии	Посещаемый объект	Стоимость (руб.)
1	Крепость, загородный дворец	350
2	Музей живописи	200
3	Парк	150
4	Парк, музей живописи	300
5	Парк, крепость	300
6	Загородный дворец	200

Пользуясь таблицей, выберите набор экскурсий так, чтобы турист посетил четыре объекта: крепость, загородный дворец, парк и музей живописи, а суммарная стоимость экскурсий не превысила 650 рублей.

В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров экскурсий без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

ИЛИ

Строительная фирма планирует купить 70 м³ пеноблоков у одного из трёх поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице.

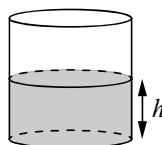
Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за 1 м ³)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2600	10 000	Нет
Б	2800	8000	При заказе товара на сумму свыше 150 000 рублей доставка бесплатная
В	2700	8000	При заказе товара на сумму свыше 200 000 рублей доставка бесплатная

Сколько рублей нужно заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой?

Ответ: _____.

13

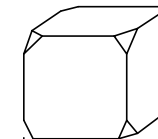
Вода в сосуде цилиндрической формы находится на уровне $h = 80$ см. На каком уровне окажется вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в четыре раза больше, чем у данного? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

ИЛИ

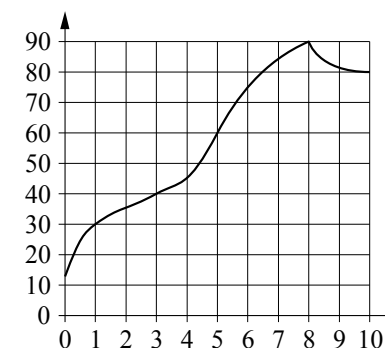
От деревянного кубика отпилили все его вершины (см. рисунок). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



Ответ: _____.

14

На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя; на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику процесса разогрева двигателя на этом интервале.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ

ХАРАКТЕРИСТИКИ

- | | |
|--------------|--|
| А) 0–1 мин. | 1) самый медленный рост температуры |
| Б) 1–3 мин. | 2) температура падала |
| В) 3–6 мин. | 3) температура находилась в пределах от 40 °С до 80 °С |
| Г) 8–10 мин. | 4) температура не превышала 30 °С. |

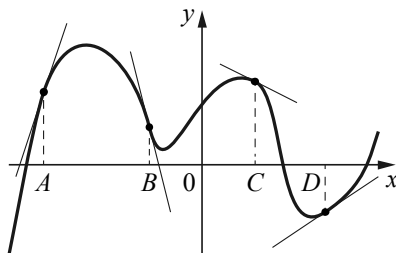
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В	Г

Ответ:

ИЛИ

На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках с абсциссами A, B, C и D .



В правом столбце указаны значения производной функции в точках A, B, C и D . Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной функции в ней.

ТОЧКИ

A
 B
 C
 D

ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

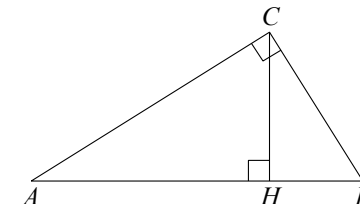
- 1) -4
2) 3
3) $\frac{2}{3}$
4) $-\frac{1}{2}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

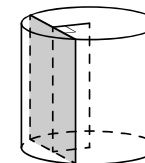
A	B	C	D

- 15** В треугольнике ABC угол ACB равен 90° , $\cos A = 0,8$, $AC = 4$. Отрезок CH — высота треугольника ABC (см. рисунок). Найдите длину отрезка AH .



Ответ: _____.

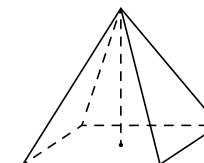
- 16** Радиус основания цилиндра равен 13, а его образующая равна 18. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от неё на расстояние, равное 12. Найдите площадь этого сечения.



Ответ: _____.

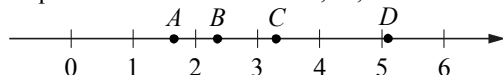
ИЛИ

Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 4, а боковое ребро равно $\sqrt{17}$.



Ответ: _____.

- 17 На координатной прямой отмечены точки A , B , C и D .



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

ТОЧКИ

A
 B
 C
 D

ЧИСЛА

- 1) $\log_2 10$
2) $\frac{7}{3}$
3) $\sqrt{26}$
4) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

A	B	C	D

ИЛИ

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

- А) $2^x \geq 4$
Б) $0,5^x \geq 4$
В) $0,5^x \leq 4$
Г) $2^x \leq 4$

РЕШЕНИЯ

- 1)
2)
3)
4)

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

A	B	B	Γ

- 18 В классе учится 20 человек, из них 13 человек посещают кружок по истории, а 10 — кружок по математике. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- Каждый ученик этого класса посещает оба кружка.
- Найдутся хотя бы двое из этого класса, кто посещает оба кружка.
- Если ученик из этого класса ходит на кружок по истории, то он обязательно ходит на кружок по математике.
- Не найдётся 11 человек из этого класса, которые посещают оба кружка.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

ИЛИ

Витя выше Коли, но ниже Маши. Аня не выше Вити. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- Маша самая высокая из указанных четырёх человек.
- Аня и Маша одного роста.
- Витя и Коля одного роста.
- Коля ниже Маши.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

- 19 Найдите трёхзначное число, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.