



Демонстрационный вариант  
Профильного Единого государственного экзамена 2018  
по математике

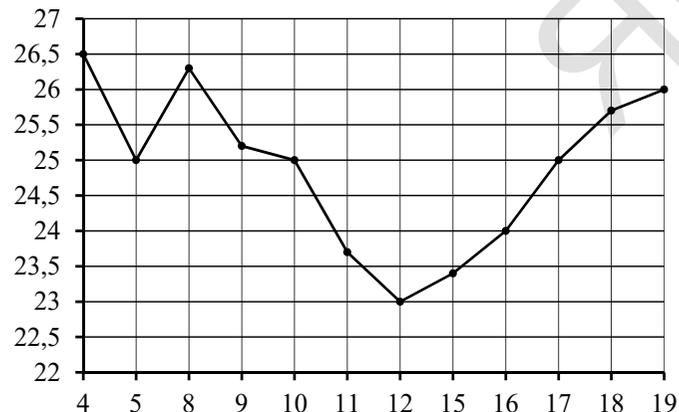
Вариант L2 (лёгкий уровень)

Часть 1

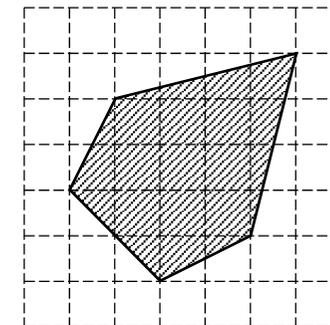
Ответом к заданиям 1—12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

1 Большому прописан курс лекарства, которое надо принимать 3 раза в день по 0,5 г в течение 31 дня. Одна упаковка содержит 16 таблеток по 0,25 г. Какое наименьшее количество упаковок лекарства надо купить на весь курс лечения?

2 На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 4 по 19 апреля 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена нефти на момент закрытия торгов впервые за данный период составила 25 долларов за баррель.



3 Найдите площадь пятиугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



4 В чемпионате по настольному теннису участников разбивают на пары случайным образом. Всего участвует 26 спортсменов, среди которых 13 — из России, в том числе Александр Мамонтов. Найдите вероятность того, что в первом туре Александр Мамонтов будет играть с каким-либо спортсменом из России.

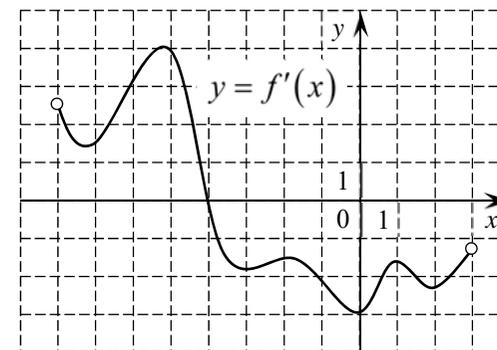
5 Решите уравнение:

$$3^{2\log_5^2 x} + 1 = 4 \cdot 3^{\log_5^2 x}$$

Если корней больше одного, в ответе укажите их произведение.

6 Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $BC = 19$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно 10.

7 На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-8; 3)$ . В какой точке отрезка  $[-3; 2]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



8 Радиус основания конуса равен  $11\sqrt{2}/2$ , а его высота равна 18. Плоскость сечения содержит вершину конуса и хорду основания, длина которой равна  $4\sqrt{5}$ . Найдите расстояние от центра основания конуса до плоскости сечения.

Часть 2

9 Упростите выражение:

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \sin^2 \alpha$$

10 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону:

$$m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

где  $m_0$  (мг) — начальная масса изотопа,  $t$  (мин) — время, прошедшее от начального момента,  $T$  (мин) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа  $m_0 = 288$ . Период его полураспада  $T = 14$ . Через сколько минут масса изотопа уменьшится до 18 мг?

11 Эскаваторщик выкопал две траншеи в разных местах: сначала он вырыл траншею длиной 5 м, потом переехал на другое место и вырыл траншею длиной 3 м. На рытьё первой траншеи он затратил времени на 1 ч 12 мин меньше, чем на переезд и рытьё второй траншеи. Если бы производительность эскаватора была вчетверо меньше, то время рытья первой траншеи равнялось бы времени переезда. Сколько метров траншеи в час выкапывал эскаватор?

12 Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 10$$

на отрезке  $[-5; 4]$ . В ответе укажите среднее арифметическое этих чисел.

**Для решения задач 13—19 используйте отдельные бланки. Запишите сначала номер задачи, а затем — полное обоснованное решение и ответ.**

13 а) Решите уравнение:

$$\sqrt{4 \sin x + \cos 2x + 5} = 2\sqrt{2} \cos x$$

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; \frac{37\pi}{8}\right]$ .

14 Все рёбра правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  равны 6. Через середины рёбер  $AC$  и  $BB_1$  и вершину  $A_1$  призмы проведена секущая плоскость.

а) Докажите, что ребро  $BC$  делится секущей плоскостью в отношении  $2 : 1$ , считая от вершины  $C$ .

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью основания.

15 Решите неравенство:

$$\left| \log_{x+1} \sqrt{(x-2)^4 + 2} \right| \geq -3 + \log_{\frac{1}{x+1}} \sqrt{(x-2)^6}$$

16 Квадрат  $ABCD$  и точка  $M$  расположены на плоскости  $\alpha$  так, что  $MB = MD = 13$  и  $MC = 5\sqrt{2}$ . Известно, что площадь квадрата больше 225.

а) Докажите, что точка  $M$  лежит внутри квадрата.

б) Найдите сторону квадрата  $ABCD$ .

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект целое число миллионов рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 млн рублей в первый и второй годы, а также по 10 млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 150 млн рублей, а за четыре года станут больше 250 млн рублей.

18 Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение

$$\sin x = (2a - 2)^2$$

имеет корни, а числа  $\frac{16(1-2a)}{27a^4}$  являются целыми.

19 а) Можно ли представить число 2018 в виде суммы двух различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр?

б) Можно ли представить число 199 в виде суммы двух различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр?

в) Найдите наименьшее натуральное число, которое можно представить в виде суммы пяти различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр.