Тренировочный вариант №20

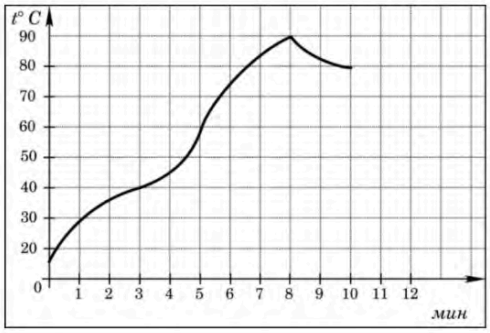
Часть 1.

1.

Торговая база закупила партию альбомов и поставила ее магазину по оптовой цене на 130% больше закупочной. Магазин установил розничную цену на альбом на 5% выше оптовой. При распродаже в конце сезона магазин снизил розничную цену на альбом на 40%. На сколько рублей больше заплатил покупатель по сравнению с закупочной ценой, если на распродаже он приобрел альбом за 57,96 рубля?

2.

На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси температура двигателя в градусах Цельсия.



Друзья Вася и Петя одновременно выходят из дома и заводят свои машины. Вася прогревает двигатель до $90°$, а Петя до $40°$. Кто из друзей трогается с места раньше и на сколько минут?

3.

В треугольнике ABC BM — биссектриса. Площадь треугольника ABM относится к площади треугольника BCM как 1:3. Найдите AB, если BC = 12 см.

4.

В классе 30 учеников. Вероятность того, что случайно выбранный ученик — мальчик, равна 0,6. Вероятность того, что случайно выбранный ученик имеет темные волосы, равна 0,3. Всего в классе 6 темноволосых мальчиков. Найдите вероятность того, что случайно выбранный ученик — светловолосая девочка.

5.

Найдите сумму квадратов корней уравнения $x^2 + 3x - 2 = 0$.

6.

Найдите больший острый угол прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна $4\sqrt{3}$, а высота, проведённая к ней, равна 3.

7.

К графику функции $y = 4,2\sqrt{x+3}$ проведена касательная, параллельная прямой $y = 0,7x + 5$. Найдите абсциссу точки пересечения касательной с осью OX.

8.

Плоский угол при вершине правильной треугольной пирамиды равен $90°$, площадь боковой поверхности равна 54. Найдите объем пирамиды.

10.

Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 15\sin\frac{\pi t}{5}$ (см/с), где t — время в секундах. Какую долю времени из первых двух секунд скорость движения превышала 7,5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

11.

Два почтовых катера с одинаковыми собственными скоростями работают на реке. Пункт В находится ниже пункта А по течению. Ежедневно в условленное время они выходит из своих пунктов навстречу друг другу, встречаются, обмениваются почтой и возвращаются обратно. Если бы они выходили одновременно, то катер из А находился бы в пути 3 часа, а катер из В — 1,5 часа. На сколько минут раньше должен отплыть катер из В, чтобы оба катера находились в пути одинаковое время?

12.

Найдите в какой точке функция $y = \sqrt{x^2 + 2x - 3} + 5$ принимает наименьшее значение на отрезке $[-2; 2]$.

Часть 2.

Задание **13**.

а) Решите уравнение $\sin 2x + \cos 2x + \sqrt{2}(\cos x + \sin x) + 1 = 0$

б) Найдите корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; \ -2\pi]$

Задание **14**.

Точки M и N лежат на ребрах соответственно AB и A_1B_1 параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, причем $AM : MB = B_1N : NA_1 = 2 : 1$; точка K - середина ребра CC_1.

а) Постройте точку пересечения плоскости KMN с прямой B_1C_1.

б) Найдите угол между прямой BB_1 и плоскостью KMN, если параллелепипед прямоугольный, $AB = 3, \ BC = 2, \ AA_1 = 4$.

Задание **15**.

Решите неравенство $(4x - x^2 - 3) \cdot \log_2(\cos^2 \pi x + 1) \geq 1$

Задание **16**.

Первая окружность с центром O, вписанная в равнобедренный треугольник KLM, касается боковой стороны KL в точке B, а основания ML - в точке A. Вторая окружность с центром O_1 касается основания ML и продолжений боковых сторон.

а) Докажите, что треугольник OLO_1 прямоугольный.

б) Найдите радиус второй окружности, если радиус первой равен 6 и $AK = 16$.

Задание **17**.

Иван мечтает о собственной квартире, которая стоит 3 млн руб. Иван может купить ее в кредит, при этом банк готов выдать эту сумму сразу, а погашать кредит Ивану придется 25 лет равными ежемесячными платежами. Тогда ему придется выплатить сумму, на 260% превышающую исходную. Вместо этого Иван может какое-то время снимать квартиру за 16 тыс. руб. в месяц, откладывая каждый месяц на покупку квартиры сумму, которая останется от его возможного платежа банку (по первой схеме) после уплаты арендной платы за съемную квартиру. За сколько лет в этом случае Иван сможет накопить на квартиру, если считать, что ее стоимость не изменится?

Задание **18**.

Найдите все значения значения параметра a, для каждого из которых при любом значении параметра b следующая система уравнений имеет хотя бы одно решение:

$$\begin{cases} (1+3x)^{2a} + (b^2 - 4b + 5)^y = 2 \\ x^2y^2 - (2-b)xy + a^2 + 2a = 3. \end{cases}$$

Задание **19**.

Даны *n* различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 10?

б) Каково наибольшее значение n, если сумма всех данных чисел меньше 1000?

в) Найдите все возможные значения n, если сумма всех данных чисел равна 129.

Ягубов.РФ