Тренировочный вариант №19

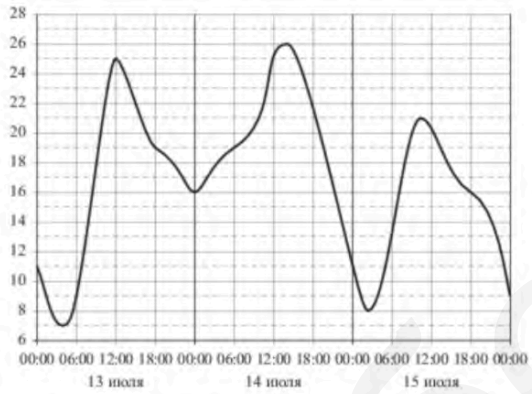
Часть 1.

1.

Больному прописали лекарство, которое нужно принимать по 0,5 мг 4 раза в день в течение 20 дней. Одна упаковка содержит 15 таблеток по 0,25 мг. Больной хочет купить таблетки на весь курс лечения. Рядом с домом находится две аптеки. В одной аптеке упаковка таблеток стоит 45 рублей. Во второй аптеке одна упаковка стоит 50 рублей, но при одновременной покупке двух упаковок на вторую действует скидка 20 процентов. За какую наименьшую сумму сможет больной купить лекарства на весь курс лечения?

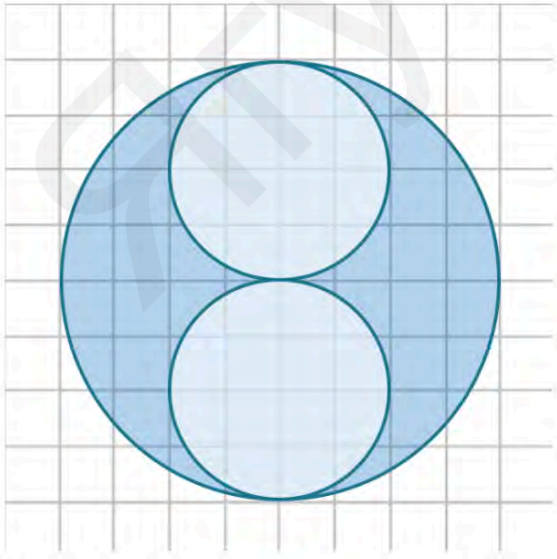
2.

На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите, на сколько процентов наибольшая температура воздуха 14 июля больше наибольшей температуры воздуха 13 июля.



3.

Площадь маленького круга равна 5. Найдите площадь закрашенной фигуры.



4.

Ковбои Сэм и Джон стреляют в тире. Но у них есть только один семизарядный револьвер с одним патроном. Поэтому они договорились по очереди случайным образом крутить револьвер и стрелять. Начинает Сэм. Найдите вероятность того, что выстрел произойдет, когда револьвер будет у Джона. Результат округлите до сотых.

5.

Решите уравнение

$x^{\lg 2} = 8$

6.

Треугольник ABC вписан в окружность. Угол между стороной AC и касательной к окружности, проведенной в точке A равен 30°. Найдите радиус окружности, если $AC = 5$.

7.

К графику функции $y = x^4 - 3x$ проведена касательная, параллельная прямой $y = 29x + 1$. Найдите произведение координат точки касания.

8.

Равнобедренный треугольник с основанием 8 и высотой, проведенной к основанию и равной 3, вращается вокруг боковой стороны. Найдите объем тела вращения, деленный на π.

9.

Найдите $\sin 2\alpha$, если $\sin \alpha + \cos \alpha = 0,5$.

10.

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 40$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 64$ км/ч^2. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 48 км от города. Ответ выразите в минутах.

11.

Из двух портов А и В навстречу друг другу выплыли два парохода. первый пароход прибыл в порт В через 16 часов после встречи, а второй — в порт А через 25 часов после встречи. За сколько часов проходит путь от А до В второй пароход?

12.

Найти число целых точек, лежащих в области значений функции $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 5$, которые она принимает на отрезке [-3;0]

Часть 2.

Задание **13**

Решите уравнение:

$$\log_{4x-x^2-3}(\sqrt{3}\sin(\frac{\pi}{x}) + cos(\frac{\pi}{x})) = 0$$

Задание **14**

Правильную четырёхугольную пирамиду SABCD с вершиной S пересекает плоскость α, проходящая через основание H высоты SH, перпендикулярная грани SDC и параллельная ребру CD. Высота SH в два раза больше ребра CD.

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью α является равнобедренной трапецией.

б) Найдите отношение площади получившегося сечения к площади основания пирамиды.

Задание **15**

Решите неравенство

$$\frac{3 \cdot 2^{2x-1}}{4^x - 7^x} > 3 + (\frac{4}{7})^x$$

Задание **16**

Дана прямоугольная трапеция $ABCD$ с основаниями $BC = 3;\ AD = 5$. На сторонах AB и CD взяты точки M и N соответственно так, что $MN||AD$, и в трапеции $MBCN$ и $AMND$ можно вписать окружности.

а) Докажите, что трапеции $MBCN$ и $AMND$ подобны.

б) Найдите радиусы окружностей, вписанных в трапеции $MBCN$ и $AMND$.

Задание **17**

Иван Иванович открыл 1 июня 2014 года вклад под 10% годовых (это значит, что каждый год сумма вклада, имеющаяся в банке в конце дня 30 мая, увеличивалась на 10%). Каждый год, начиная с 2015 года, 2 июня добавлял к своему вкладу сумму, равную первоначальному вкладу. Какую сумму (в рублях) ежегодно вкладывал Иван Иванович, если 1 июня 2018 года на его счете окажется 255 255 рублей?

Задание **18**

Найти, при каких a система имеет единственное решение.

$$\begin{cases} x - y = 1 + xy \\ (y - a)x + (2a - 3)y = a \end{cases}$$

Задание **19**

1. Последовательность $a_1, a_2, a_3 \cdots a_n \cdots$ состоит из натуральных чисел, причем, $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ при всех натуральных *n*.

а) Может ли выполняться равенство $5a_5 = 9a_4$?

б) Может ли выполняться равенство $5a_5 = 7a_4$?

в) При каком наибольшем натуральном *n* может выполняться равенство $3n \cdot a_{n+1} = (n^2 - 1) \cdot a_n$?

Ягубов.рф