

Тренировочный вариант №18

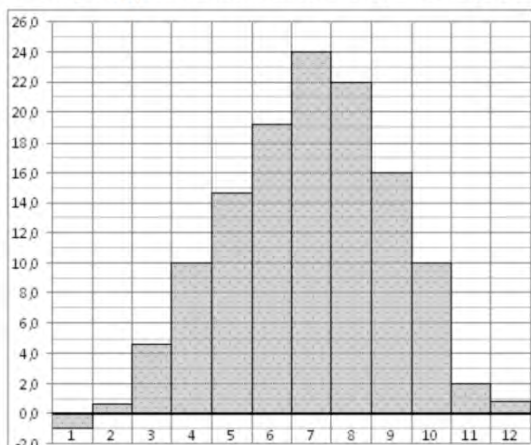
Часть 1.

1.

Доход предприятия за два года вырос на 21%. Найдите средний ежегодный прирост дохода предприятия.

2.

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме на сколько процентов среднемесячная температура в июле больше, чем среднемесячная температура в сентябре.



3.

Найдите площадь треугольника, ограниченного прямой $y = -2,4x - 6$ и осями координат.

4.

Маша села рисовать красками, и в первую же минуту поставила на прямоугольном листе бумаги размером 20x30 см круглую кляксу радиусом $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ см. В следующую минуту Маша поставила еще одну такую же кляксу, которая целиком оказалась на листе. Найдите вероятность того, что эти две кляксы соприкасаются.

5.

Решите уравнение $x^2 + \sqrt{4-x} + 5 = \sqrt{4-x} + 6x$. Если уравнение имеет несколько корней, в ответе запишите их сумму.

6.

Окружность, вписанная в ромб точкой касания делит его сторону в отношении 9:16. Найдите синус угла ромба.

7.

К графику функции $y = \frac{x^3}{3} + x^2 + \frac{7}{3}$ проведена касательная, образующая с положительным направлением оси Ox угол 135° . Найдите сумму координат точки касания.

8.

В призме $ABCA_1B_1C_1$ на боковом ребре AA_1 взята точка K так, что $AK : KA_1 = 1 : 3$. Найдите объем многогранника BB_1C_1CK , если объем призмы $ABCA_1B_1C_1$ равен 18,6.

9.

Найдите значение выражения $\frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha} + \frac{\cos 3\alpha}{\cos \alpha}$, если $\cos \alpha = \frac{1}{4}$

10.

Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^\alpha = \text{const}$, где p (Па) — давление в газе, V — объем газа в кубических метрах, α — положительная константа. При каком наименьшем значении константы α уменьшение в 16 раз объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 2 раза?

11.

Имеются два сплава золота и серебра. В одном сплаве количество этих металлов находится в отношении 2:3, а в другом — в отношении 3:7. Сколько нужно взять первого сплава, чтобы получить 8 кг нового сплава, в котором золото и серебро были бы в отношении 5:11?

12.

Пусть m и M — значения функции $y = \frac{6x}{5} + \frac{30}{x+3}$ в точках минимума и максимума. Найдите значение выражения $m + 2M$

Задание 13

а) Решите уравнение:

$$\log_{tg(\pi x/3)}(2\sqrt{2} \cos^2(\frac{\pi x}{3}) + (\sqrt{2} - 2) \cos(\frac{\pi x}{3})) = 0$$

б) Укажите корень, принадлежащий промежутку $[-4\pi; -2\pi]$

Задание 14

Через середину высоты правильной четырехугольной пирамиды проведено сечение α , перпендикулярное боковому ребру. Длина бокового ребра равна 4, а угол между боковыми ребрами, лежащими в одной грани равен $\frac{\pi}{3}$.

а) Докажите, что боковые ребра пирамиды, принадлежащие разным граням, попарно перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью α .

Задание 15

Решить неравенство

$$\log_2(\log_3(\frac{x-1}{x+1})) < \log_{\frac{1}{8}}(\log_{\frac{1}{9}}(\frac{x^2+2x+1}{x^2-2x+1}))$$

Задание 16

Окружность касается сторон AB и BC треугольника ABC соответственно в точках D и E . Точки A , D , E и C лежат на одной окружности.

а) Докажите, что $AC \cdot BE = AB \cdot DE$

б) Найдите длину высоты треугольника ABC , опущенной из точки A , если длины сторон AB и AC соответственно равны 6 и 4.

Задание 17

В распоряжении прораба имеется бригада рабочих в составе 22 человек. Их нужно распределить на два объекта. Если на первом объекте работает t человек, то их суточная зарплата составляет $6t^2$ д. е. Если на втором объекте работает t человек, то их суточная зарплата составляет $2t^2$ д. е.

1. Как нужно распределить на эти объекты рабочих бригады, чтобы выплаты на их суточную зарплату оказались наименьшими (укажите все возможные варианты)?
2. Сколько д. е. при таком распределении придётся выплатить рабочим?
3. Как нужно распределить на эти объекты рабочих бригады, чтобы суточные выплаты на их зарплату и накладные расходы (транспорт, питание) оказались наименьшими, если дополнительно известно, что суточные накладные расходы на одного человека в первом городе на 4 д. е. меньше, чем во втором?

Задание 18

Найти все значения параметра a , при которых уравнение $|1 - ax| = 1 + (1 - 2a)x + ax^2$ имеет ровно одно решение.

Задание 19

- а)** Сколько существует простых чисел, кубы которых меньше 1001?
- б)** Сколько раз нужно последовательно применить операцию извлечения квадратного корня, чтобы, начав с числа 2015, впервые получить число, которое меньше 3?
- в)** На доске написаны несколько чисел. Известно, что квадрат каждого записанного числа больше произведения любых двух других записанных чисел. Какое наибольшее количество чисел может быть на доске?