

Тренировочный вариант №15

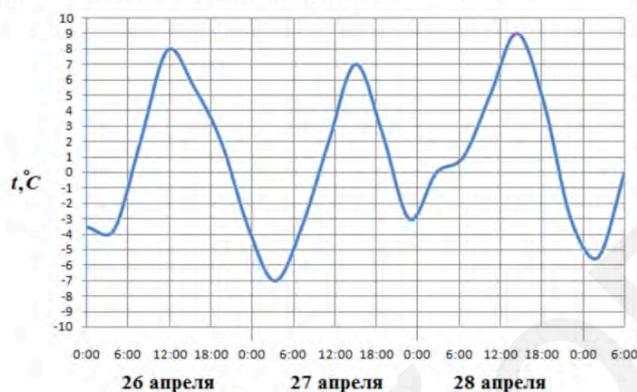
Часть 1

1.

Директору школы Марии Ивановне врач прописала капли валерианы по 30 капель три раза в день в течение 20 дней. Сколько флаконов раствора валерианы объемом 25 мл потребуется Марии Ивановне на весь курс лечения, если в 0,5 мл спиртового раствора валерианы содержится 20 капель?

2.

На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разницу между наибольшей и наименьшей температурой в течение этого времени. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3.

В треугольнике ABC с углом $C = 90^\circ$ проведена высота CH . Найдите отношение площади круга, вписанного в треугольник BCH к площади круга, вписанного в треугольник ACH , если $AH = 4$; $BH = 9$.

4.

Команда «Бабушкины бутсы» выходит в полуфинал по мини-футболу, если в пяти играх отборочного тура хотя бы два раза выиграет и остальные игры сыграет вничью. Какова вероятность того, что команда выйдет в полуфинал, если вероятность выигрыша и проигрыша в каждом матче одинакова и равна 0,4.

5.

Решите уравнение: $\log_2(\sin x) = -\frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень в градусах.

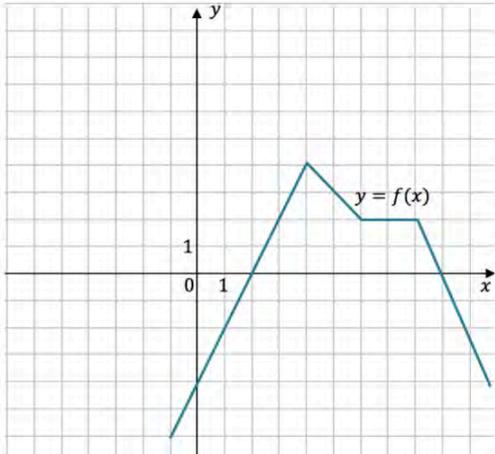
6.

В трапеции $ABCD$ с основаниями $BC = 2$ и $AD = 32$ угол ABC равен углу ACD . Найдите диагональ AC .

7.

На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите

$$\int_2^9 f(x) dx$$



8.

Найдите объем правильной треугольной пирамиды со стороной основания $6\sqrt{3}$ и боковым ребром $4\sqrt{3}$.

9.

Найдите значение выражения $\log_a b$, если $\log_a 2b \frac{b}{a} = \frac{1}{4}$.

10.

Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1400$ К, $a = -\frac{25}{3}$ К/мин², $b = 125$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1850 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

11.

В некоторый момент времени часы показывают на 2 минуты меньше, хотя и идут быстрее, чем нужно. Если бы они показывали на 4 минуты меньше, но уходили бы в сутки на три минуты больше, чем уходят, то верное время они показали бы на сутки раньше, чем покажут. На сколько минут в сутки уходят эти часы?

12.

Найдите наименьшее значение функции $y = 8\operatorname{tg}x - 16x + 4\pi - 5$ на отрезке $[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}]$.

Часть 2.

Задание 13.

а) Решите уравнение: $\frac{\sqrt{3}(\sin 2x + \cos 3x)}{\cos 2x - \sin 3x} = 1$

б) Найдите корни, расположенные в интервале $(1; 2)$

Задание 14.

В треугольной пирамиде $SABC$ на ребре SB взята точка M , делящая отрезок SB в отношении $3 : 5$, считая от точки S . Через точки A и M параллельно медиане BD треугольника ABC проведена плоскость α .

- Докажите, что плоскость α делит ребро SC в отношении $3 : 10$, считая от точки S .
- Найдите, в каком отношении плоскость α делит объем пирамиды.

Задание 15.

Найдите сумму целых решений неравенства:

$$\sqrt[6]{3x^2+4x-14} \leq (\sqrt{31+12\sqrt{3}}-2)^x$$

Задание 16.

В треугольнике ABC проведена средняя линия MN , соединяющая стороны AB и BC . Окружность, проведенная через точки M , N и C касается стороны AB , а ее радиус равен $\sqrt{2}$. Длина стороны AC равна 2. Найти синус угла $\angle ACB$.

Задание 17.

Зависимость объема Q (в шт.), купленного на оптовой базе товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 20000 - P$, $7000 \leq P \leq 18000$. Доход от продажи товара составляет $P \cdot Q$ рублей. Затраты на организацию продажи Q единиц товара составляют $5000 \cdot Q + 7000000$ рублей. Прибыль равна разности дохода от продажи товара и затрат на организацию его продажи. Стремясь привлечь внимание покупателей, руководство решило уменьшить стоимость товара на 20%, однако от этого прибыль не изменилась. На сколько процентов следует увеличить сниженную цену, чтобы добиться наибольшей прибыли?

Задание 18.

Найдите наибольшее отрицательное целое a и наименьшее положительное целое a , при которых неравенство $\frac{ax-a(1-a)}{a^2-ax-1} > 0$ выполняется для любых значений x , не превосходящих по модулю 1.

Задание 19.

Маша и Наташа делали фотографии несколько дней подряд. Каждый день каждая девушка делает на одну фотографию больше, чем в предыдущий день. Известно, что Наташа за всё время сделала суммарно на 1173 фотографии больше, чем Маша.

- Могли ли они фотографировать в течение 23 дней?
- Какое наименьшее суммарное число фотографий могли сделать девушки за все дни фотографирования?
- Какое наибольшее суммарное число фотографий могла сделать Наташа за все дни фотографирования, если известно, что в последний день Маша сделала меньше 45 фотографий?