

Признаки делимости

Признак делимости — правило, позволяющее сравнительно быстро определить, является ли число кратным заранее заданному без необходимости выполнять фактическое деление. Как правило, основано на действиях с частью цифр из записи числа в позиционной системе счисления (обычно десятичной).

Существуют несколько простых правил, позволяющих найти малые делители числа в десятичной системе счисления:

Признак делимости на 2

Число делится на 2 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 2, то есть является чётной.

Признак делимости на 3

Число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3 (так как все числа вида $10n$ при делении на 3 дают в остатке единицу).

Признак делимости на 4

Число делится на 4 тогда и только тогда, когда число из двух последних его цифр (оно может быть двузначным, однозначным или нулём) делится на 4.

Признак делимости на 5

Число делится на 5 тогда и только тогда, когда последняя цифра делится на 5 (то есть равна 0 или 5).

Признак делимости на 6

Число делится на 6 тогда и только тогда, когда оно делится и на 2, и на 3.

Признак делимости на 7

Число делится на 7 тогда и только тогда, когда результат вычитания удвоенной последней цифры из этого числа без последней цифры делится на 7 (например, 364 делится на 7, так как $36 - (2 \times 4) = 28$ делится на 7).

Признак делимости на 8

Число делится на 8 тогда и только тогда, когда три его последние цифры — нули или образуют число, которое делится на 8.

Признак делимости на 9

Число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9.

Признак делимости на 10

Число делится на 10 тогда и только тогда, когда оно оканчивается на ноль.

Признак делимости на 11

Число делится на 11 тогда и только тогда, когда сумма цифр с чередующимися знаками равна 0 или делится на 11 (то есть 182 919 делится на 11, так как $1 - 8 + 2 - 9 + 1 - 9 = -22$ делится на 11) — следствие факта, что все числа вида $10n$ при делении на 11 дают в остатке $(-1)n$.

Признак делимости на 12

Число делится на 12 тогда и только тогда, когда оно делится на 3 и на 4.

Признак делимости на 13

Число делится на 13 тогда и только тогда, когда число его десятков, сложенное с учетверённым числом единиц, кратно 13 (например, 845 делится на 13, так как $84 + (4 \times 5) = 104$ делится на 13).

Признак делимости на 14

Число делится на 14 тогда и только тогда, когда оно делится на 2 и на 7.

Признак делимости на 15

Число делится на 15 тогда и только тогда, когда оно делится на 3 и на 5.

Признак делимости на 17

Число делится на 17 тогда и только тогда, когда число его десятков, сложенное с увеличенным в 12 раз числом единиц, кратно 17 (например, $29053 \rightarrow 2905 + 36 = 2941 \rightarrow 294 + 12 = 306 \rightarrow 30 + 72 = 102 \rightarrow 10 + 24 = 34$. Поскольку 34 делится на 17, то и 29053 делится на 17). Признак не всегда удобен, но имеет определенное значение в математике. Есть способ немного проще — число делится на 17 тогда и только тогда, когда разность между числом его десятков и упятерённым числом единиц кратна 17 (например, $32952 \rightarrow 3295 - 10 = 3285 \rightarrow 328 - 25 = 303 \rightarrow 30 - 15 = 15$; поскольку 15 не делится на 17, то и 32952 не делится на 17)

Признак делимости на 19

Число делится на 19 тогда и только тогда, когда число его десятков, сложенное с удвоенным числом единиц, кратно 19 (например, 646 делится на 19, так как $64 + (6 \times 2) = 76$ делится на 19).

Признак делимости на 23

Число делится на 23 тогда и только тогда, когда число его сотен, сложенное с утроенным числом десятков и единиц, кратно 23 (например, 28842 делится на 23, так как $288 + (3 \times 42) = 414$; продолжаем: $4 + (3 \times 14) = 46$ — очевидно, делится на 23).

Признак делимости на 25

Число делится на 25 тогда и только тогда, когда две его последние цифры делятся на 25 (то есть образуют 00, 25, 50 или 75).

Признак делимости на 99

Разобьем число на группы по 2 цифры справа налево (в самой левой группе может быть одна цифра) и найдем сумму этих групп, считая их двузначными числами. Эта сумма делится на 99 тогда и только тогда, когда само число делится на 99.

Признак делимости на 101

Разобьем число на группы по 2 цифры справа налево (в самой левой группе может быть одна цифра) и найдем сумму этих групп с переменными знаками, считая их двузначными числами. Эта сумма делится на 101 тогда и только тогда, когда само число делится на 101. Например, 590547 делится на 101, так как $59-05+47=101$ делится на 101).