КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

Вариант 1

1. Вычислите 1, 5 и 100-й члены последовательности, если ее *n*-й член задается формулой $x_n = (-1)^n \dfrac{2n-1}{3+n}$.

2. Представьте бесконечную периодическую десятичную дробь 1,(18) в виде обыкновенной дроби.

3. Найдите производную функции.

а) $y = 5x^4 - 2x^3 + \dfrac{3}{5x} - 7;$ б) $y = 2\sqrt{x} + \dfrac{1}{2}\sin x - 3\operatorname{tg} x;$

в) $y = \sqrt{x}\,(5x-3);$ г) $y = \dfrac{x}{x^2+1}.$

4. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = -3\sin 2x + 5\cos 3x - 7$ в точке с абсциссой $x_0 = \dfrac{\pi}{2}.$

---

5. Докажите, что функция $y = (2x+3)^9$ удовлетворяет соотношению $3y = (2x+5)^5 \cdot \sqrt{\dfrac{y'}{2}}.$

---

6. Найдите знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии, у которой каждый член в 6 раз больше суммы всех её последующих членов.

Вариант 2

1. Вычислите 1, 7 и 200-й члены последовательности, если ее *n*-й член задается формулой $x_n = (-1)^{n+1}(2+3n).$

2. Представьте бесконечную периодическую десятичную дробь 2,(27) в виде обыкновенной дроби.

3. Найдите производную функции.

а) $y = 7x^5 + 3x^4 - \dfrac{5}{7x} + 4;$ б) $y = -3\sqrt{x} + \dfrac{1}{3}\cos x - \dfrac{1}{2}\operatorname{ctg} x;$

в) $y = \sqrt{x}\,(-2x+1);$ г) $y = \dfrac{x}{x^2-1}.$

Ягубов.рф

4. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = -7\cos 3x + 2\sin 5x - 3$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{3}$.

---

5. Докажите, что функция $y = (2x+5)^{10}$ удовлетворяет соотношению $8000y(2x+5)^{17} - (y')^3 = 0$.

---

6. Сумма бесконечной убывающей геометрической прогрессии равна 4, а сумма квадратов её членов равна 48. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

.

Решение вариантов контрольной работы

Вариант 1

1. $x_n = (-1)^n \frac{2n-1}{3+n}$.

$x_1 = (-1)^1 \frac{2-1}{3+1} = -1 \cdot \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$;

$x_5 = (-1)^5 \frac{2\cdot 5-1}{3+5} = -1 \cdot \frac{9}{8} = -\frac{9}{8}$;

$x_{100} = (-1)^{100} \frac{2\cdot 100-1}{3+100} = 1 \cdot \frac{199}{103} = \frac{199}{103}$.

Ответ: $-\frac{1}{4}; -\frac{9}{8}; \frac{199}{103}$.

2. $1,(18) = 0,18\ 18\ 18\ 18\ldots = \frac{18}{100} + \frac{18}{100^2} + \frac{18}{100^3} + \frac{18}{100^4} + \ldots$

Найдем сумму бесконечной геометрической прогрессии, у которой $b_1 = \frac{18}{100}$, $q = \frac{1}{100}$:

$$S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{\frac{18}{100}}{1-\frac{1}{100}} = \frac{\frac{18}{100}}{\frac{99}{100}} = \frac{18}{99} = \frac{2}{11}.$$

Значит, $1(18) = 1\frac{2}{11} = \frac{13}{11}$.

Якубов.РФ

Ответ: $\frac{13}{11}$.

3. а) $y = 5x^4 - 2x^3 + \frac{3}{5x} - 7;$

$y' = 20x^3 - 6x^2 - \frac{3}{5x^2};$

б) $y = 2\sqrt{x} + \frac{1}{2}\sin x - 3\,\mathrm{tg}\,x;$

$y' = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2}\cos x - 3 \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{1}{\sqrt{x}} + 0{,}5\cos x - \frac{3}{\cos^2 x};$

в) $y = \sqrt{x}\,(5x-3);$

$y' = \sqrt{x}'\,(5x-3) + \sqrt{x} \cdot (5x-3)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}(5x-3) + 5\sqrt{x} =$

$= \frac{5x-3+10x}{2\sqrt{x}} = \frac{15x-3}{2\sqrt{x}};$

г) $y = \frac{x}{x^2+1}.$

$y' = \frac{x'(x^2+1) - x(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \frac{x^2+1-x\cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{3x^2+1}{(x^2+1)^2}.$

4. $y = -3\sin 2x + 5\cos 3x - 7, \quad x_0 = \frac{\pi}{2}.$

$y' = -3 \cdot 2\ \cos\ 2x - 5 \cdot 3\sin 3x = -6\cos 2x - 15\sin 3x$

$y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -6\cos\pi - 15\sin\frac{3\pi}{2} = -6\cdot(-1) - 15\cdot(-1) = 6 + 15 = 21$

Ответ: 21.

5. $y = (2x+3)^9 \qquad 3y = (2x+5)^5 \cdot \sqrt{\frac{y'}{2}}.$

Найдем y' и подставим во второе равенство:

$y' = 9 \cdot 2\,(2x+3)^8 = 18 \cdot (2x+3)^8$

Имеем:

$3 \cdot (2x+3)^9 = (2x+3)^5 \cdot \sqrt{\frac{18\,(2x+3)^8}{2}}$

$3 \cdot (2x+3)^9 = (2x+3)^5 \cdot 3\,(2x+3)^4$

Ягубов.рф

$3(2x+3)^9 = 3(2x+3)^9$. Доказано.

6. Пусть a_n – произвольный член геометрической прогрессии, q – знаменатель этой прогрессии.

Тогда $a_{n+1}, a_{n+2}, a_{n+3}, \ldots$ – последующие члены этой прогрессии. Найдем их сумму:

$$S = \frac{a_{n+1}}{1-q} = \frac{a_{n+1}}{1-\frac{a_{n+1}}{a_n}} = \frac{a_n \cdot a_{n+1}}{a_n - a_{n+1}}$$

По условию a_n в 6 раз больше этой суммы. Получим уравнение:

$$a_n = \frac{6\, a_n \cdot a_{n+1}}{a_n - a_{n+1}} \quad \Big| : a_n$$

$$1 = \frac{6\, a_{n+1}}{a_n - a_{n+1}}$$

$$6\, a_{n+1} = a_n - a_{n+1}$$

$$7\, a_{n+1} = a_n$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{7}.$$

Значит, знаменатель $q = \frac{1}{7}$.

Ответ: $\frac{1}{7}$.

Ягубов.рф