КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Вариант 1

1. Задает ли указанное правило функцию $y = f(x)$:

1) $f(x) = \begin{cases} -x, \text{ если } -2 < x \le 0, \\ \sqrt{x} - 1, \text{ если } x \ge 0; \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} x^2, \text{ если } 0 \le x < 2, \\ x + 1, \text{ если } x \ge 2? \end{cases}$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках 0, 1, 3, –1;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию $y = -\frac{1}{x^5} + 4x^3$ на четность.

3. На числовой окружности взяты точки $M\left(\frac{2\pi}{3}\right), N\left(\frac{\pi}{4}\right)$. Найдите все числа *t*, которым на данной окружности соответствуют точки, принадлежащие дуге *MN*. Сделайте чертёж.

4. Задайте аналитически и постройте график функции $y = f(x)$, у которой $E(f) = [1; +\infty)$.

---

5. Найдите функцию, обратную функции $y = 2 - x^2, x \ge 0$. Постройте на одном чертеже графики этих взаимно обратных функций.

---

6. Известно, что функция $y = f(x)$ убывает на *R*. Решите неравенство $f(|2x + 7|) > f(|x - 3|)$.

Вариант 2

1. Задает ли указанное правило функцию $y = f(x)$:

ЯГУБОВ.РФ

1) $f(x)=\begin{cases}-x+2, \text{ если } -3\le x\le 0,\\ \sqrt{x}+2, \text{ если } x\ge 0;\end{cases}$

2) $f(x)=\begin{cases}x-2, \text{ если } x\le 2,\\ x+1, \text{ если } 2\le x<4?\end{cases}$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках –4, –2, 0, 4;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию $y=\sqrt{x-3}+x^2$ на четность.

3. На числовой окружности взяты точки $M\left(-\frac{\pi}{4}\right), N\left(\frac{5\pi}{6}\right).$ Найдите все числа *t*, которым на данной окружности соответствуют точки, принадлежащие дуге *MN*. Сделайте чертёж.

4. Задайте аналитически и постройте график функции $y=f(x),$ у которой $E(f)=(-\infty;-3].$

---

5. Найдите функцию, обратную функции $y=x^2+7, x\ge 0.$ Постройте на одном чертеже графики этих взаимно обратных функций.

---

6. Известно, что функция $y=f(x)$ возрастает на *R*. Решите неравенство $f(|x-8|)>f(|2x+5|).$

$E(f)=\{-3;3\}.$

ройте график функции $y=f(x),$ у которой $E(f)=\{-1;0;1\}.$

---

5. Найдите функцию, обратную функции $y=\sqrt{x+3}.$ Постройте на одном чертеже графики этих взаимно обратных функций.

---

6. Известно, что функция $y=f(x)$ возрастает на *R*. Решите неравенство $f(|3-x|)<f(|2x+5|).$

ЛУБОВ.РФ

Рекомендации по оцениванию контрольной работы

Каждый вариант контрольной работы выстроен по одной и той же схеме: задания обязательного минимума – до первой черты, задания среднего уровня – между первой и второй чертой, задания уровня выше среднего – после второй черты. Шкала оценок за выполнение контрольной работы может выглядеть так: за успешное выполнение только заданий обязательного минимума – оценка «3»; за успешное выполнение заданий обязательного минимума и одного дополнительного (после первой или второй черты) – оценка «4»; за успешное выполнение заданий всех трех уровней – оценка «5». При этом оценку не рекомендуется снижать за одно неверное решение в первой части работы (допустимый люфт).

Решение контрольной работы

Вариант 1

1. Правило задает функцию, если, во-первых, можно выполнить действия, а во-вторых, соблюдается однозначность функции.

В случае $f(x)=\begin{cases}-x, \text{ если } -2<x\le 0,\\ \sqrt{x}-1, \text{ если } x\ge 0;\end{cases}$

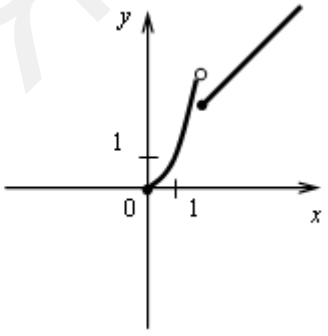
условия не соблюдаются: $f(0) = 0$ и $f(0) = -1$.

$f(x)=\begin{cases}x^2, \text{ если } 0\le x<2,\\ x+1, \text{ если } x\ge 2.\end{cases}$ – функция

а) $D(f)=[0;+\infty)$;

б) $f(0)=0^2=0;\ f(1)=1^2=1;\ f(3)=3+1=4;\ f(-1)$ – не определено;

в)



г) на [0; 2) и на [2; +∞) функция возрастает, в точке $x = 2$ функция имеет разрыв.

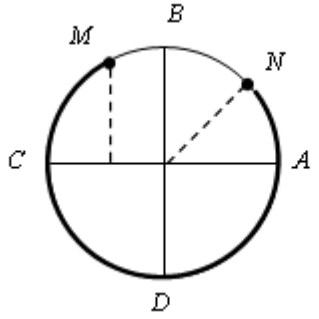
2. $D(f)=(-\infty;+\infty)$ – симметрична относительно начала координат.

ЯГУ ОВ.РФ

$$f(-x) = -\frac{1}{(-x^5)} + 4(-x^3) = \frac{1}{x^5} - 4x^3 = -\left(-\frac{1}{x^5} + 4x^3\right) = -f(x),$$

значит, функция $f(x)$ – нечетная.

3.

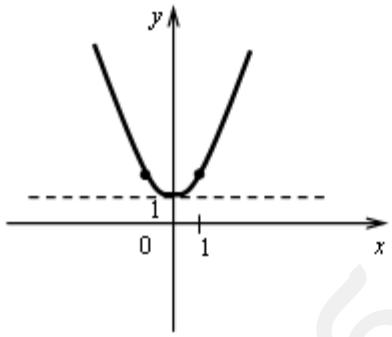


$M\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

$N\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$$-\frac{4\pi}{3} + 2\pi k \le t \le \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in Z.$$

4.

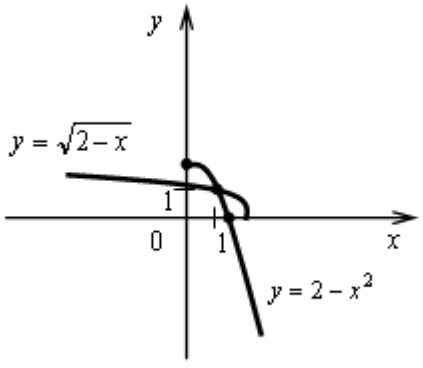


$f(x) = x^2 + 1$

$E(f) = [1; +\infty).$

5. $y = 2 - x^2$ Квадратичная функция определена и убывает при $x \ge 0$, значит, существует обратная функция: $y = 2 - x^2$; $x^2 = 2 - y; x = \sqrt{2-y}$.

Функция $y = \sqrt{2-x}$



$D(f) = (-\infty; 2]$

$E(f) = [0; +\infty)$

6. $y = f(x)$ убывает на R.

$f(|2x+7|) > f(|x-3|)$, значит, неравенство верно при $|2x+7| < |x-3|$. Возведем обе части в квадрат:

Ягубов.рф

$$(2x+7)^2 < (x-3)^2$$

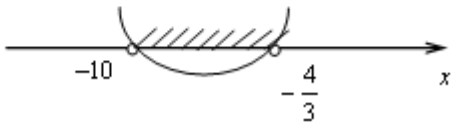
$$4x^2 + 28x + 49 < x^2 - 6x + 9$$

$$3x^2 + 34x + 40 < 0$$

$$3x^2 + 34x + 40 = 0$$

$$D_1 = 17^2 - 3 \cdot 40 = 289 - 120 = 169$$

$$x_1 = \frac{-17+13}{3} = -\frac{4}{3};\quad x_2 = \frac{-17-13}{3} = -10.$$



Ответ: $\left(-10; -1\frac{1}{3}\right).$

ЯгубОВ.РФ