

## 10 класс

### Задача 1. (1 балл)

1. Дана функция  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ . Найдите  $\frac{f(f(\dots(3)\dots))}{2015 \text{ раз}}$ .

Ответ: -2

2. Дана функция  $f(x) = \frac{x+1}{1-x}$ . Найдите  $\frac{f(f(\dots(7)\dots))}{2011 \text{ раз}}$ .

Ответ:  $3/4$  | 0,75

3. Дана функция  $f(x) = -\frac{x+1}{x-1}$ . Найдите  $\frac{f(f(\dots(2)\dots))}{2017 \text{ раз}}$ .

Ответ: -3

### Примеры записи ответов:

1/4

0,25

-10

### Задача 2. (2 балла)

1. На планете Острые Зубы животные размножаются по-особенному, а именно: каждый хомячок каждый год рождает четырёх хомячков; каждый суслик каждые 3 месяца рождает двух маленьких сусликов; а кролики — загадочные существа — чем больше времени проходит, тем быстрее они размножаются, а именно, если человек не отдаёт своих кроликов и не покупает новых, то по прошествии  $2k$  месяцев количество его кроликов увеличивается в  $k!$  раз. ( $k!$  - произведение чисел от 1 до  $k$ ).

Никита купил на рынке грызунов. Известно, что через год у него стало 765 домашних питомцев. Сколько грызунов Никита купил на рынке?

Если возможных ответов несколько, выпишите их в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 10; 77; 153 | 11, 77, 153

2. На планете Острые Зубы животные размножаются по-особенному, а именно: каждый хомячок каждые 3 месяца рождает двух хомячков; каждый суслик каждые 4 месяца рождает одного маленького суслика; а кролики — загадочные существа — чем больше времени проходит, тем быстрее они размножаются, а именно, если человек не отдаёт своих кроликов и не покупает новых, то по прошествии  $2k$  месяцев количество его кроликов увеличивается в  $k!$  раз. ( $k!$  - произведение чисел от 1 до  $k$ ).

Антон купил в зоомагазине грызунов. Известно, что через год у Антона стало 720 домашних питомцев. Сколько грызунов Антон купил в зоомагазине?

Если возможных ответов несколько, выпишите их в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 1; 17; 90 | 1, 17, 90

3. На планете Острые Зубы животные размножаются по-особенному, а именно: каждый хомячок каждые 4 месяца рождает четверых хомячков; каждый суслик каждые 4 месяца рождает одного маленького суслика; а кролики — загадочные существа — чем больше времени проходит, тем быстрее они размножаются, а именно, если человек не отдаёт своих кроликов и не покупает новых, то по прошествии  $2k$  месяцев количество его кроликов увеличивается в  $k!$  раз. ( $k!$  - произведение чисел от 1 до  $k$ ).

Мальчик Илья купил в зоомагазине грызунов. Известно, что через год у Ильи было 1040 домашних зверей. А сколько грызунов Илья купил в зоомагазине?

Если возможных ответов несколько, выпишите их в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 13, 41, 130 | 13; 41; 130

#### **Примеры записи ответов:**

9

9; 23

#### **Задача 3. (2 балла)**

1. Три подряд идущих члена геометрической прогрессии со знаменателем  $q$  использовали в качестве коэффициентов квадратного трёхчлена. Оказалось, что этот трёхчлен имеет ровно один корень. Найдите  $q^3$ .

Если возможных ответов несколько, выпишите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 1/4; 4 | 0,25; 4 | 4; 0,25 | 4; 1/4 | 1/4, 4 | 4; 0,25 | 4, 1/4 |

2. Три подряд идущих члена геометрической прогрессии со знаменателем  $q$  использовали в качестве коэффициентов квадратного трёхчлена. Оказалось, что этот трёхчлен имеет два различных корня. При каком наименьшем натуральном  $q$  это возможно?

Ответ: 2

3. Три подряд идущих члена геометрической прогрессии со знаменателем  $q$  использовали в качестве коэффициентов квадратного трёхчлена, причём средний член оказался первым коэффициентом. При каком наибольшем целом  $q$  получившийся трёхчлен будет иметь два различных корня вне зависимости от того, как расставлены остальные два коэффициента?

Ответ: -1

**Примеры записи ответов:**

2

5; 9

**Задача 4. (3 балла)**

1. Дана функция  $f(x)$ , удовлетворяющая условию  $f(x)+f(y)=f(\sqrt{x^2+y^2})$ . Известно, что  $f(1)=2$ .  
Найдите  $f(15)$ .

Ответ: 450.

2. Дана функция  $f(x)$ , удовлетворяющая условию  $f(x)+f(y)=f(\sqrt{x^2+y^2})$ . Известно, что  $f(1)=4$ .  
Найдите  $f(10)$ .

Ответ: 400.

3. Дана функция  $f(x)$ , удовлетворяющая условию  $f(x)+f(y)=f(\sqrt{x^2+y^2})$ . Известно, что  $f(1)=5$ .  
Найдите  $f(12)$ .

Ответ: 720.

**Примеры записи ответов:**

1/4

-0,25; 10

**Задача 5. (3 балла)**

1. Последовательность  $c_n$  — сумма геометрической прогрессии  $b_n$  с первым членом 5 и некоторой арифметической прогрессии. Известно, что  $c_1 + c_3 = 121$ ,  $c_2 = 38$ . Найдите знаменатель прогрессии  $b_n$ . Если возможных ответов несколько, выпишите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: -2; 4 | 4; -2 | 4, -2

2. Последовательность  $c_n$  — сумма геометрической прогрессии  $b_n$  с первым членом 4 и некоторой арифметической прогрессии. Известно, что  $c_1 + c_3 = 128$ ,  $c_2 = 32$ . Найдите знаменатель прогрессии  $b_n$ . Если возможных ответов несколько, выпишите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: -3; 5 | 5; -3 | 5, -3

3. Последовательность  $c_n$  — сумма геометрической прогрессии  $b_n$  с первым членом 3 и некоторой арифметической прогрессии. Известно, что  $c_1 + c_3 = 141$ ,  $c_2 = 33$ . Найдите знаменатель прогрессии  $b_n$ . Если возможных ответов несколько, выпишите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: -4; 6 | 6; -4 | 6, -4

**Примеры записи ответов:**

1/4  
0,25; -10

**Задача 6. (3 балла)**

1. Дана точка на плоскости, не совпадающая с началом координат. Сколько различных точек можно получить из неё, последовательно применяя симметрии относительно оси  $Ox$  и прямой  $y = \sqrt{3}x$  (в любом порядке и любое количество раз)? Если саму точку тоже можно получить, её надо учитывать. Если для разных точек возможны разные ответы, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 3; 6 | 3, 6 | 6; 3 | 6, 3

2. Дана точка на плоскости, не совпадающая с началом координат. Сколько различных точек можно получить из неё, последовательно применяя симметрии относительно оси  $Ox$  и прямой  $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$  (в любом порядке и любое количество раз)? Если саму точку тоже можно получить, её надо учитывать. Если для разных точек возможны разные ответы, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 12; 6 | 12, 6 | 6; 12 | 6, 12

3. Дана точка на плоскости, не совпадающая с началом координат. Сколько различных точек можно получить из неё, последовательно применяя симметрии относительно оси  $Oy$  и прямой  $y = -x$  (в любом порядке и любое количество раз)? Если саму точку тоже можно получить, её надо учитывать. Если для разных точек возможны разные ответы, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 4; 8 | 8, 4 | 8; 4 | 4, 8.

**Примеры записи ответов:**

9  
9; 23

**Задача 7. (3 балла)**

1. Даны два квадратных трёхчлена со старшим коэффициентом  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ . Вершины и точка пересечения их графиков образуют равносторонний треугольник. Найдите длину его стороны. Если возможных ответов несколько, выпишите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 12

2. Даны два квадратных трёхчлена со старшим коэффициентом  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ . Вершины и точка пересечения их графиков образуют равносторонний треугольник. Найдите длину его стороны. Если возможных ответов несколько, выпишите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 8

3. Даны два квадратных трёхчлена со старшим коэффициентом  $\frac{\sqrt{3}}{8}$ . Вершины и точка пересечения их графиков образуют равносторонний треугольник. Найдите длину его стороны. Если возможных ответов несколько, выпишите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 16

**Примеры записи ответов:**

1/4  
-0,25; 10

**Задача 8. (3 балла)**

1.  $ABCDE$  — пятиугольник, вписанный в окружность радиуса 12. Прямые  $AE$  и  $BC$  параллельны,  $CD = DE$ ,  $BE = AE = 16$ . Найдите косинус угла  $DEC$ .

Ответ: 2/3.

2.  $ABCDE$  — пятиугольник, вписанный в окружность радиуса 15. Прямые  $AB$  и  $CD$  параллельны,  $AE = DE$ ,  $AC = AB = 18$ . Найдите косинус угла  $EDA$ .

Ответ: 9/15 | 3/5 | 0,6

2.  $ABCDE$  — вписанный в окружность  $S$  пятиугольник. Прямые  $DE$  и  $AB$  параллельны,  $BC = CD$ ,  $AD = DE = 20$ ,  $\cos CBD = 5/8$ . Найдите радиус окружности  $S$ .

Ответ: 16.

**Примеры записи ответов:**

1/4  
0,25  
1

**Задача 9. (4 балла)**

1.  $ABDE$ ,  $BCEF$ ,  $CDF A$  — вписанные четырёхугольники с точками пересечения диагоналей  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно. Известно, что точка  $K$  лежит на отрезках  $BL$  и  $AM$ , точка  $M$  — на отрезке  $CL$ . Кроме того,  $BK = LE = CM = MD = 5$ ,  $KL = 4$ ,  $LM = 6$ . Найдите длину отрезка  $MK$ . Если возможных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 6

2.  $ABDE$ ,  $BCEF$ ,  $CDF A$  — вписанные четырёхугольники с точками пересечения диагоналей  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно. Известно, что точка  $K$  лежит на отрезках  $BL$  и  $AM$ , точка  $M$  — на отрезке  $CL$ . Кроме того,  $BK = MK = ML = 5$ ,  $MC = 7$ ,  $AK = FL = 6$ . Найдите длину отрезка  $EL$ . Если возможных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 5

3.  $ABDE$ ,  $BCEF$ ,  $CDF A$  — вписанные четырёхугольники с точками пересечения диагоналей  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно. Известно, что точка  $K$  лежит на отрезках  $BL$  и  $AM$ , точка  $M$  — на отрезке  $CL$ . Кроме того,  $EL = FL = KL = 5$ ,  $DM = 4$ ,  $AK = MK = 6$ . Найдите длину отрезка  $MC$ . Если возможных ответов несколько, перечислите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 4

**Примеры записи ответов:**

1/4

0,25

4; 10

**Задача 10. (4 балла)**

1. На доске была написана формула дробно-линейной функции вида  $f(x) = \frac{ax+b}{7x+3}$ , где  $a$  и  $b$  — какие-то действительные числа (не обязательно различные). Вася поменял местами числа  $a$  и  $b$ , и оказалось, что теперь на доске написана формула обратной к  $f(x)$  функции. Найдите число  $a$ . Если возможных ответов несколько, запишите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: -3.

2. На доске была написана формула дробно-линейной функции вида  $f(x) = \frac{ax+4}{bx-5}$ , где  $a$  и  $b$  — какие-то действительные числа (не обязательно различные). Вася поменял местами числа  $a$  и  $b$ , и оказалось, что теперь на доске написана формула обратной к  $f(x)$  функции. Найдите число  $a$ . Если возможных ответов несколько, запишите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 5.

3. На доске была написана формула дробно-линейной функции вида  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+2}$ , где  $a$ ,  $b$  и  $c$  — какие-то действительные числа (не обязательно различные). Вася поменял местами числа  $b$  и  $c$ , и оказалось, что теперь на доске написана формула обратной к  $f(x)$  функции. Найдите число  $a$ . Если возможных ответов несколько, запишите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 2; -2 | 2, -2 | -2; 2

**Примеры записи ответов:**

1/4

-0,25; 10

**9 класс**

**Задача 1. (1 балл)**

1. На столе лежат палочки длиной 1, 2, 3, ...,  $n$  сантиметров. Известно, что из них можно сложить 40 треугольников, используя каждую палочку не более, чем по разу, а вот 41 уже нельзя. Найдите  $n$  (длину самой большой палочки). Если возможных ответов несколько, перечислите их в