

Теория чисел

10 класс

07.10.13

1. Пусть $S(n)$ - сумма цифр числа n . Зададим последовательность $a_{n+1} = S(a_n)$, $a_0 = 2^{1000000}$. Найдите a_6 .
2. Сколько простых чисел содержится в последовательности: 101, 10101, 1010101, ... ?
3. Докажите, что для любого многочлена P с целыми коэффициентами, и для любого натурального k , существует такое натуральное число n , что $P(1) + P(2) + \dots + P(n)$ делится на k .
4. Докажите, что для любого натурального числа n существует число, делящееся на n , состоящее только из единиц и нулей.
5. Про натуральные числа a, b, c известно, что: $ab + 9b + 81 \vdots 101$, $bc + 9c + 81 \vdots 101$. Докажите тогда, что $ca + 9a + 81 \vdots 101$.
6. Докажите, что для любого натурального n : $2^{3^n} + 1$ делится на 3^{n+1} , и не делится на 3^{n+2} .
7. Пусть дана последовательность из чисел $a_n = 1^n + 2^n + 3^n + 4^n + 5^n$. Существует ли пять подряд идущих чисел последовательности, делящихся на 23?
8. Дано натуральное число a . Докажите, что среди чисел вида $2^n - a$ найдутся числа со сколь угодно большими простыми делителями.