

Вспоминаем НОД.

1. Число a состоит из m единиц, а число b — из n единиц. Найдите их НОД, если (а) $m = 5$, $n = 20$; (б) $m = 12$, $n = 66$; (в) для произвольных m и n .
2. Найдите $\text{НОД}(11! - 20, 10! - 20)$.
3. Докажите, что
 - (а) $\text{НОД}(2^{30} - 1, 2^{24} - 1) = 2^6 - 1$;
 - (б) если $\text{НОД}(a, b) = d$, то $\text{НОД}(2^a - 1, 2^b - 1) = 2^d - 1$.
4. При каких условиях уравнение в целых числах $ax + by = c$ имеет решение?
5. Натуральные числа m и n таковы, что $\text{НОК}(m, n) + \text{НОД}(m, n) = m + n$. Докажите, что одно из чисел m , n делится на другое.
6. Натуральные числа a и b взаимно просты. Докажите, что $\text{НОД}(a + b, a^2 + b^2)$ равен 1 или 2.
7. Пусть натуральное число n таково, что $\text{НОД}(n, n+1) < \text{НОД}(n, n+2) < \dots < \text{НОД}(n, n+35)$. Докажите, что $\text{НОД}(n, n+35) < \text{НОД}(n, n+36)$.
8. Докажите, что для любых натуральных чисел k, m, n справедливо неравенство $\text{НОК}(k, m) \cdot \text{НОК}(m, n) \cdot \text{НОК}(n, k) \geq \text{НОК}(k, m, n)^2$.
9. (а) Докажите, что если для некоторых натуральных чисел верно $\text{НОК}(a, a+5) = \text{НОК}(b, b+5)$, то $a=b$. (б) Может ли для каких-то натуральных чисел $a \neq b$ и c выполняться равенство $\text{НОК}(a, a+c) = \text{НОК}(b, b+c)$?
10. $\text{НОД}(m, n) = 1$. Найдите наибольшее возможное значение $\text{НОД}(m+2000n, n+2000m)$.

Вспоминаем НОД.

1. Число a состоит из m единиц, а число b — из n единиц. Найдите их НОД, если (а) $m = 5$, $n = 20$; (б) $m = 12$, $n = 66$; (в) для произвольных m и n .
2. Найдите $\text{НОД}(11! - 20, 10! - 20)$.
3. Докажите, что
 - (а) $\text{НОД}(2^{30} - 1, 2^{24} - 1) = 2^6 - 1$;
 - (б) если $\text{НОД}(a, b) = d$, то $\text{НОД}(2^a - 1, 2^b - 1) = 2^d - 1$.
4. При каких условиях уравнение в целых числах $ax + by = c$ имеет решение?
5. Натуральные числа m и n таковы, что $\text{НОК}(m, n) + \text{НОД}(m, n) = m + n$. Докажите, что одно из чисел m , n делится на другое.
6. Натуральные числа a и b взаимно просты. Докажите, что $\text{НОД}(a + b, a^2 + b^2)$ равен 1 или 2.
7. Пусть натуральное число n таково, что $\text{НОД}(n, n+1) < \text{НОД}(n, n+2) < \dots < \text{НОД}(n, n+35)$. Докажите, что $\text{НОД}(n, n+35) < \text{НОД}(n, n+36)$.
8. Докажите, что для любых натуральных чисел k, m, n справедливо неравенство $\text{НОК}(k, m) \cdot \text{НОК}(m, n) \cdot \text{НОК}(n, k) \geq \text{НОК}(k, m, n)^2$.
9. (а) Докажите, что если для некоторых натуральных чисел верно $\text{НОК}(a, a+5) = \text{НОК}(b, b+5)$, то $a=b$. (б) Может ли для каких-то натуральных чисел $a \neq b$ и c выполняться равенство $\text{НОК}(a, a+c) = \text{НОК}(b, b+c)$?
10. $\text{НОД}(m, n) = 1$. Найдите наибольшее возможное значение $\text{НОД}(m+2000n, n+2000m)$.