

Принцип Дирихле

26 ноября • 6 класс

Задачи на разбор. Принцип Дирихле:

Если в n клетках сидит хотя бы $n + 1$ кролик, то найдётся клетка в которой сидят по крайней мере 2 кролика.

Задачи на разбор

1. Докажите, что среди любых трёх чисел найдутся два одинаковой чётности.
2. В городе Москве живёт более 10 миллионов человек. Докажите, что найдутся два человека с одинаковым количеством волос на голове, если известно, что у любого человека на голове менее 5 миллионов волос.
3. В лесу растёт 10 001 дерево. Всего разных видов деревьев – 100. Докажите, что деревьев одного из видов больше 100 штук.
4. Какое наибольшее количество королей можно поставить на шахматную доску, так чтобы никакие два не били друг друга?

Задачи для самостоятельного решения

1. В школе учатся 500 учеников. Докажите, что хотя бы двое из них отмечают день рождения в один и тот же день. Какого наименьшего числа учеников достаточно, чтобы в школе наверняка нашлись двое, которые празднуют день рождения в один и тот же день года?
2. В поход пошли 20 туристов. Самому старшему из них 35 лет, а самому младшему а) 16 лет б) 17 лет. Верно ли, что среди туристов есть одногодки?
3. Сможете ли вы разложить 44 шарика на 9 кучек так, чтобы количество шариков в разных кучках было различным?
4. Какое наибольшее количество клеток доски 8×8 можно закрасить так, чтобы в любом уголке из трех клеток оставалось хотя бы одно незакрашенное поле?
5. В Москве проживает более 10 000 000 людей. На голове у каждого человека не может быть более 300 000 волос. Докажите, что наверняка найдутся 34 москвича с одинаковым числом волос на голове.
6. Докажите, что в любой компании найдутся два человека, которые имеют одно и то же число знакомых в этой компании.
7. В квадрат со стороной 1 метр бросили 51 точку. Докажите, что какие-то три из них можно накрыть квадратом со стороной 20 сантиметров.
8. В клетчатом прямоугольнике 5×6 закрашено 19 клеток. Докажите, что в нём можно выбрать квадрат 2×2 , в котором закрашено не менее трёх клеток.