

Комбинаторная геометрия

1. Прямая раскрашена в два цвета. Докажите, что найдётся отрезок, оба конца и середина которого покрашены в один и тот же цвет.
2. Внутри круга нарисована точка. Покажите, что можно разрезать круг на две части так, чтобы из них можно было составить круг, в котором отмеченная точка являлась бы центром.
3. На окружности отмечено n точек, причем известно, что для любых двух отмеченных точек одна из дуг, соединяющих их, имеет величину, меньшую 120° . Докажите, что все точки лежат на одной дуге величиной 120° .
4. Длина наибольшей стороны треугольника равна 1. Докажите, что три круга радиуса $1/\sqrt{3}$ с центрами в вершинах покрывают весь треугольник.
5. Обозначим через a наименьшее число кругов радиуса 1, которыми можно полностью покрыть заданный многоугольник M , через b — наибольшее число непересекающихся кругов радиуса 1 с центрами внутри многоугольника M . Какое из чисел больше, a или b ?
6. Несколько отрезков покрывают отрезок $[0; 1]$. Докажите, что среди них можно выбрать несколько непересекающихся отрезков, сумма длин которых не меньше $1/2$.