

Шахматная раскраска.

1. Можно ли обойти хромой ладьей (ходит лишь на соседнюю клетку) все клетки шахматной доски, начав в левом нижнем углу и закончив в правом верхнем углу?

2. Фигура *верблюд* ходит по шахматной доске ходом типа (1, 3). Можно ли пройти ходом верблюда с произвольного поля на соседнее?

3. На каждой клетке доски 7×7 сидит жук. В некоторый момент времени все жуки переползают на соседние по стороне клетки. Докажите, что при этом хотя бы одна клетка окажется пустой.

4. Можно ли расставить в клетках квадрата 8×8 числа от 1 до 64 так, чтобы число в каждой клетке было или больше всех чисел, стоящих в соседних по стороне клетках, или меньше всех этих чисел?

5. Можно доску 8×8 с вырезанной угловой клеткой разрезать (а) на одинаковые уголки, каждый из которых состоит из трех клеток; (б) на *триминошки* (прямоугольники 1×3)?

6. На каждой клетке доски в виде правильного треугольника $7 \times 7 \times 7$ сидит жук. В некоторый момент времени все жуки переползают на соседние по стороне клетки. Докажите, что при этом хотя бы 7 клеток окажутся пустыми.

7. Можно ли разбить квадрат 10×10 на 25 прямоугольников 1×4 ?

8. Круг разбит на 6 равных секторов, в которых поставлены числа 0, 0, 1, 0, 1, 0. Разрешается одновременно прибавить по единице к числам, стоящим в двух соседних секторах. Можно ли сделать все числа равными?

Для тех, кто решил все задачи

9. Можно ли разбить квадрат 10×10 на 25 фигур из 4 клеток в форме буквы Т?

10. На доску 5×5 уложили 8 триминошек. Где может находиться непокрытая ими клетка?