Графы

1. В стране 100 городов, некоторые из которых соединены авиалиниями. Известно, что от любого города можно долететь до любого другого (возможно, с пересадками). Докажите, что можно побывать в каждом городе, совершив не более 196 перелётов.

2. Есть семь человек, любых шестерых можно посадить за круглый стол так, чтобы каждый сидел рядом с двумя своими друзьями. Докажите, что можно так посадить всех семерых, что каждый будет сидеть рядом со своими друзьями.

3. В стране **(a)** 121 город; **(b)** 120 городов, некоторые пары городов соединены дорогами. Из каждого города выходит хотя бы три дороги. Докажите, что существует несамопересекающийся циклический маршрут, состоящий не более, чем из 11 городов.

4. В стране 1993 города, и из каждого выходит не менее 93 дорог. Известно, что из каждого города можно проехать по дорогам в любой другой. Докажите, что это можно сделать не более, чем с 62 пересадками.

5. В графе со 100 вершинами без треугольников степени всех вершин больше 40. Докажите, что в этом графе нет циклов длины 5.

6. В кружке 49 учеников. Известно, что если трое кружковцев попарно незнакомы друг с другом, то какие-то двое из них имеют в кружке общего знакомого. Докажите, что кто-то из учеников имеет в кружке хотя бы 6 знакомых.

ЯПОВ.РФ