

1. В угловой клетке таблицы 100×100 стоит плюс, а в остальных клетках стоят минусы. Разрешается в любой строке или любом столбце поменять знаки на противоположные. Можно ли за несколько таких операций получить все знаки плюсами?

2. Клетки прямоугольника 5×41 раскрашены в два цвета. Докажите, что можно выбрать три строки и три столбца так, чтобы все девять клеток, находящихся на их пересечении, будут иметь один цвет.

3. Квадрат 100×100 составлен из прямоугольников размерами 1×2 . Докажите, что какие-то два из них образуют квадрат 2×2 .

4. В каждой клетке квадратной таблицы написано по числу. Известно, что в каждой строке таблицы сумма двух наибольших чисел равна a , а в каждом столбце таблицы сумма двух наибольших чисел равна b . Докажите, что $a = b$.

5. В клетках таблицы $2n \times 2n$ некоторым образом расставлены плюсы и минусы. За ход можно изменить знак во всех клетках любого «креста», то есть объединения некоторых строки и столбца. Докажите, что за несколько ходов можно получить таблицу, во всех клетках которой стоят плюсы.

6. В таблице $n \times n$ расставлены действительные числа. Известно, что любые две строки различаются. Докажите, что можно удалить один столбец так, чтобы все строки опять различались.

7. В каждой клетке квадратной таблицы $m \times m$ клеток стоит либо натуральное число, либо ноль. При этом, если на пересечении строки и столбца стоит ноль, то сумма чисел в «кресте», состоящем из этой строки и этого столбца, не меньше m . Докажите, что сумма всех чисел в таблице не меньше, чем $\frac{m^2}{2}$.

8. Дан прямоугольник. Провели $m - 1$ горизонтальных разрезов и $n - 1$ вертикальных, изначальный прямоугольник разрезался на mn прямоугольников. На каждый из этих mn прямоугольников положили карточку с написанной на ней площадью этого маленького прямоугольника числом вниз. Какое минимальное число карточек нужно перевернуть, чтобы узнать площадь изначального прямоугольника?

1. В угловой клетке таблицы 100×100 стоит плюс, а в остальных клетках стоят минусы. Разрешается в любой строке или любом столбце поменять знаки на противоположные. Можно ли за несколько таких операций получить все знаки плюсами?

2. Клетки прямоугольника 5×41 раскрашены в два цвета. Докажите, что можно выбрать три строки и три столбца так, чтобы все девять клеток, находящихся на их пересечении, будут иметь один цвет.

3. Квадрат 100×100 составлен из прямоугольников размерами 1×2 . Докажите, что какие-то два из них образуют квадрат 2×2 .

4. В каждой клетке квадратной таблицы написано по числу. Известно, что в каждой строке таблицы сумма двух наибольших чисел равна a , а в каждом столбце таблицы сумма двух наибольших чисел равна b . Докажите, что $a = b$.

5. В клетках таблицы $2n \times 2n$ некоторым образом расставлены плюсы и минусы. За ход можно изменить знак во всех клетках любого «креста», то есть объединения некоторых строки и столбца. Докажите, что за несколько ходов можно получить таблицу, во всех клетках которой стоят плюсы.

6. В таблице $n \times n$ расставлены действительные числа. Известно, что любые две строки различаются. Докажите, что можно удалить один столбец так, чтобы все строки опять различались.

7. В каждой клетке квадратной таблицы $m \times m$ клеток стоит либо натуральное число, либо ноль. При этом, если на пересечении строки и столбца стоит ноль, то сумма чисел в «кресте», состоящем из этой строки и этого столбца, не меньше m . Докажите, что сумма всех чисел в таблице не меньше, чем $\frac{m^2}{2}$.

8. Дан прямоугольник. Провели $m - 1$ горизонтальных разрезов и $n - 1$ вертикальных, изначальный прямоугольник разрезался на mn прямоугольников. На каждый из этих mn прямоугольников положили карточку с написанной на ней площадью этого маленького прямоугольника числом вниз. Какое минимальное число карточек нужно перевернуть, чтобы узнать площадь изначального прямоугольника?