10 класс

Непрерывность 2

22 марта 2018

В каждой задаче необходимо явно сформулировать, какая функция непрерывно меняется.

1. Можно ли в окружность радиуса 1 вписать треугольник периметра 5?

2. Докажите, что в правильный пятиугольник можно так вписать квадрат, что его вершины будут лежать на четырёх сторонах пятиугольника.

3. Существует ли тетраэдр $ABCD$, у которого $AB = CD = 8$, $AC = BD = 10$, $BC = 12$, $AD = 13$?

4. Из высот треугольника можно составить треугольник. Верно ли, что из его биссектрис также можно составить треугольник?

5. a) На плоскости проведены три параллельные прямые. Рассматривается центр I вписанной окружности треугольника, вершины которых расположены (по одной) на этих прямых. Докажите, что I может располагаться в любой точке полосы, края которой параллельны данным прямым и находятся посредине между средней прямой и крайними (края не включаются в полосу).
b) Найдите геометрическое место точек I.

6. Докажите, что у произвольного многоугольника можно поменять углы так, чтобы он стал вписанным. Длины сторон и их последовательность при этом остаются прежними.

7. У выпуклой шестиугольной пирамиды 11 ребер равны 1. Чему может быть равно последнее ребро?

8. Через точку O пересечения диагоналей четырехугольника $ABCD$ проведена произвольная прямая, пересекающая стороны AD и BC в точках K и M соответственно. Докажите, что длина отрезка MK не превосходит набольшей из диагоналей четырехугольника.

10 класс

Непрерывность 2

22 марта 2018

В каждой задаче необходимо явно сформулировать, какая функция непрерывно меняется.

1. Можно ли в окружность радиуса 1 вписать треугольник периметра 5?

2. Докажите, что в правильный пятиугольник можно так вписать квадрат, что его вершины будут лежать на четырёх сторонах пятиугольника.

3. Существует ли тетраэдр $ABCD$, у которого $AB = CD = 8$, $AC = BD = 10$, $BC = 12$, $AD = 13$?

4. Из высот треугольника можно составить треугольник. Верно ли, что из его биссектрис также можно составить треугольник?

5. a) На плоскости проведены три параллельные прямые. Рассматривается центр I вписанной окружности треугольника, вершины которых расположены (по одной) на этих прямых. Докажите, что I может располагаться в любой точке полосы, края которой параллельны данным прямым и находятся посредине между средней прямой и крайними (края не включаются в полосу).
b) Найдите геометрическое место точек I.

6. Докажите, что у произвольного многоугольника можно поменять углы так, чтобы он стал вписанным. Длины сторон и их последовательность при этом остаются прежними.

7. У выпуклой шестиугольной пирамиды 11 ребер равны 1. Чему может быть равно последнее ребро?

8. Через точку O пересечения диагоналей четырехугольника $ABCD$ проведена произвольная прямая, пересекающая стороны AD и BC в точках K и M соответственно. Докажите, что длина отрезка MK не превосходит набольшей из диагоналей четырехугольника.