

**Наивное определение.** Функция  $f(x)$  называется *непрерывной*, если при малых изменениях  $x$  мало изменяется значение функции.

**Теорема о промежуточном значении.** Непрерывная на отрезке  $[a, b]$  функция  $f(x)$  принимает все значения между  $f(a)$  и  $f(b)$ .

*В каждой задаче необходимо явно сформулировать, какая функция непрерывно меняется.*

1. Монах с 8 часов утра до 8 часов вечера поднимался на священную гору. Ночь он провел в молитвах, а на следующий день спускался с горы с 8 утра до 8 вечера по той же дороге. Скорость его оба раза вовсе не была постоянной, иногда он отдыхал, мог и возвращаться за забытой на предыдущем привале вещью. Докажите, что в каком-то месте дороге он в первый и во второй день был ровно в одно и то же время.

2. Дан выпуклый многоугольник и прямая  $l$ . Докажите, что существует прямая, параллельная  $l$ , которая делит площадь многоугольника пополам.

3. На плоскости дан выпуклый многоугольник и точка  $A$  **a)** вне; **b)** внутри него. Докажите, что существует прямая, проходящая через точку  $A$ , делящая площадь многоугольника пополам.

4. Рассмотрим функцию, непрерывную на окружности. Докажите, что найдётся пара диаметрально противоположных точек, в которых функция принимает одинаковые значения.

5. Докажите, что для любого выпуклого многоугольника существует прямая, которая делит пополам и его периметр.

6. На выпуклом плоском торте лежит выпуклая плоская выпуклая вишня. Докажите, что существуют две равные параллельные хорды торта, касающиеся вишни.

7. Есть плоский бутерброд с колбасой (хлеб и колбаса — выпуклые многоугольники). Докажите, что бутерброд можно разрезать на две части так, что в обеих частях будет одинаковое количество и хлеба, и колбасы.

8. Докажите, что апельсин можно разрезать на две части так, чтобы и апельсин, и кожура разрезались пополам.

**Наивное определение.** Функция  $f(x)$  называется *непрерывной*, если при малых изменениях  $x$  мало изменяется значение функции.

**Теорема о промежуточном значении.** Непрерывная на отрезке  $[a, b]$  функция  $f(x)$  принимает все значения между  $f(a)$  и  $f(b)$ .

*В каждой задаче необходимо явно сформулировать, какая функция непрерывно меняется.*

1. Монах с 8 часов утра до 8 часов вечера поднимался на священную гору. Ночь он провел в молитвах, а на следующий день спускался с горы с 8 утра до 8 вечера по той же дороге. Скорость его оба раза вовсе не была постоянной, иногда он отдыхал, мог и возвращаться за забытой на предыдущем привале вещью. Докажите, что в каком-то месте дороге он в первый и во второй день был ровно в одно и то же время.

2. Дан выпуклый многоугольник и прямая  $l$ . Докажите, что существует прямая, параллельная  $l$ , которая делит площадь многоугольника пополам.

3. На плоскости дан выпуклый многоугольник и точка  $A$  **a)** вне; **b)** внутри него. Докажите, что существует прямая, проходящая через точку  $A$ , делящая площадь многоугольника пополам.

4. Рассмотрим функцию, непрерывную на окружности. Докажите, что найдётся пара диаметрально противоположных точек, в которых функция принимает одинаковые значения.

5. Докажите, что для любого выпуклого многоугольника существует прямая, которая делит пополам и его периметр.

6. На выпуклом плоском торте лежит выпуклая плоская выпуклая вишня. Докажите, что существуют две равные параллельные хорды торта, касающиеся вишни.

7. Есть плоский бутерброд с колбасой (хлеб и колбаса — выпуклые многоугольники). Докажите, что бутерброд можно разрезать на две части так, что в обеих частях будет одинаковое количество и хлеба, и колбасы.

8. Докажите, что апельсин можно разрезать на две части так, чтобы и апельсин, и кожура разрезались пополам.