

1. На бесконечной в обе стороны дороге находится Всевидящий Кот, бегающий со скоростью 10 км/ч, и Ослеплённый Яростью Хулиган, бегающий со скоростью 12 км/ч. Хулиган не знает, где находится Кот, и увидит его, только если окажется с Котом в одной точке. Как Хулигану действовать, чтобы гарантированно потаскать Кота за хвост?

2. а) По кольцевой дороге едет поезд, состоящий из совершенно одинаковых вагонов, последний вагон которого сцеплен с первым, так что внутри можно свободно перемещаться между вагонами. В каждом вагоне свет горит или не горит. Вы ходите по вагонам и можете включать или выключать свет. Ваш задача — посчитать количество вагонов. Как вы сможете это сделать?

б) В каждом вагоне живёт проводник-людоед, который ест каждого, кто побывал в вагоне 2018 раз. Ваша задача не изменилась. Удачи.

3. а) На бесконечной доске находится невидимый король и N неуязвимых ладей (король не может съесть ладью). Если королю ставят пат, то он пропускает ход. Если королю ставят мат, происходит Бум. При каком наименьшем N можно гарантированно сделать Бум (расположение короля неизвестно)?

б) В бесконечном клетчатом пространстве находится видимый король и N ладей (король не может съесть ладью). Если королю ставят мат, происходит Большой Бум. Можно ли гарантированно сделать Большой Бум при некотором N ?

4. Под одним из 2018 напёрстков, расположенных в ряд, лежит шарик. За один раз вы можете перевернуть один стакан и посмотреть, под ним ли находится шарик. В каждом промежутке между переворачиваниями стаканов хитрый напёрсточник перекачивает шарик под соседний стакан. Сможете ли вы гарантированно найти шарик?

5. Бесконечно мудрый таракан живёт на плоскости. Он близорук и потому видит Истину, только когда находится не более, чем в одном шаге от неё. Первоначально таракан находится в n шагах от Истины. Когда Таракан делает шаг, друзья говорят ему, приблизился ли он к Истине, или нет.

а) Докажите, что он может познать Истину.

б) Докажите, что он может познать Истину менее чем за $n + 100 \log_2 n$ шагов.

6. Назовём лабиринтом шахматную доску 8×8 , на которой между некоторыми полями поставлены перегородки. По команде **ВПРАВО** ладья смещается на одно поле вправо или, если справа находится край доски или перегородка, остается на месте; аналогично выполняются команды **ВЛЕВО**, **ВВЕРХ** и **ВНИЗ**. Программист пишет программу — конечную последовательность указанных команд, и дает её пользователю, после чего пользователь выбирает лабиринт и помещает в него ладью на любое поле. Верно ли, что программист может написать такую программу, что ладья обойдет все доступные поля в лабиринте при любом выборе пользователя?

1. На бесконечной в обе стороны дороге находится Всевидящий Кот, бегающий со скоростью 10 км/ч, и Ослеплённый Яростью Хулиган, бегающий со скоростью 12 км/ч. Хулиган не знает, где находится Кот, и увидит его, только если окажется с Котом в одной точке. Как Хулигану действовать, чтобы гарантированно потаскать Кота за хвост?

2. а) По кольцевой дороге едет поезд, состоящий из совершенно одинаковых вагонов, последний вагон которого сцеплен с первым, так что внутри можно свободно перемещаться между вагонами. В каждом вагоне свет горит или не горит. Вы ходите по вагонам и можете включать или выключать свет. Ваш задача — посчитать количество вагонов. Как вы сможете это сделать?

б) В каждом вагоне живёт проводник-людоед, который ест каждого, кто побывал в вагоне 2018 раз. Ваша задача не изменилась. Удачи.

3. а) На бесконечной доске находится невидимый король и N неуязвимых ладей (король не может съесть ладью). Если королю ставят пат, то он пропускает ход. Если королю ставят мат, происходит Бум. При каком наименьшем N можно гарантированно сделать Бум (расположение короля неизвестно)?

б) В бесконечном клетчатом пространстве находится видимый король и N ладей (король не может съесть ладью). Если королю ставят мат, происходит Большой Бум. Можно ли гарантированно сделать Большой Бум при некотором N ?

4. Под одним из 2018 напёрстков, расположенных в ряд, лежит шарик. За один раз вы можете перевернуть один стакан и посмотреть, под ним ли находится шарик. В каждом промежутке между переворачиваниями стаканов хитрый напёрсточник перекачивает шарик под соседний стакан. Сможете ли вы гарантированно найти шарик?

5. Бесконечно мудрый таракан живёт на плоскости. Он близорук и потому видит Истину, только когда находится не более, чем в одном шаге от неё. Первоначально таракан находится в n шагах от Истины. Когда Таракан делает шаг, друзья говорят ему, приблизился ли он к Истине, или нет.

а) Докажите, что он может познать Истину.

б) Докажите, что он может познать Истину менее чем за $n + 100 \log_2 n$ шагов.

6. Назовём лабиринтом шахматную доску 8×8 , на которой между некоторыми полями поставлены перегородки. По команде **ВПРАВО** ладья смещается на одно поле вправо или, если справа находится край доски или перегородка, остается на месте; аналогично выполняются команды **ВЛЕВО**, **ВВЕРХ** и **ВНИЗ**. Программист пишет программу — конечную последовательность указанных команд, и дает её пользователю, после чего пользователь выбирает лабиринт и помещает в него ладью на любое поле. Верно ли, что программист может написать такую программу, что ладья обойдет все доступные поля в лабиринте при любом выборе пользователя?