10 класс | **Разнобой** | 2 ноября 2017

1. Числа $\sin 17^\circ$ и $\sin 73^\circ$ являются корнями квадратного трехчлена ax^2+bx+c. Докажите, что $a^2+2ac=b^2$.

2. Есть 50 карточек, на них написаны числа от 1 до 50, каждое по одному разу. Алесей и Николай по очереди берут по одной карточке, пока все карточки не будут разобраны. Алексей берет первым и хочет добиться того, чтобы сумма чисел на его карточках делилась на 25. Николай хочет этому помешать. Сможет ли Алексей добиться своей цели?

3. Существует ли описанный 27-угольник, длины сторон которого равны 1, 2, …, 27? (Стороны могут располагаться в произвольном порядке.)

4. Несколько человек разного возраста сыграли несколько партий в настольный теннис. Каждый игрок сыграл по одной партии с четырьмя другими игроками, ничьих в настольном теннисе не бывает. Докажите, что либо найдется игрок, выигравший хотя бы у двух соперников старше его, либо найдется игрок, выигравший хотя бы у двух соперников младше его.

5. Докажите, что значение выражения

$$\left[\frac{n}{1}\right]+\left[\frac{n}{2}\right]+\ldots+\left[\frac{n}{n}\right]+\left[\sqrt{n}\right]$$

четно при любом натуральном n.

6. Центр I вписанной окружности остроугольного треугольника ABC лежит на биссектрисе острого угла между высотами AA_1 и CC_1. Пусть L — основание биссектрисы угла B треугольника ABC. Докажите, что I — центр описанной окружности треугольника LA_1C_1.

7. В государстве 100 городов. Требуется соединить некоторые пары городов двусторонними авиарейсами так, чтобы от любого города можно было бы долететь (возможно, с пересадками) до любого другого и чтобы для любых четырех городов A, B, C, D, для которых есть рейсы AB, BC, CD, был и рейс AD. Сколько существует способов это сделать?

10 класс | **Разнобой** | 2 ноября 2017

1. Числа $\sin 17^\circ$ и $\sin 73^\circ$ являются корнями квадратного трехчлена ax^2+bx+c. Докажите, что $a^2+2ac=b^2$.

2. Есть 50 карточек, на них написаны числа от 1 до 50, каждое по одному разу. Алесей и Николай по очереди берут по одной карточке, пока все карточки не будут разобраны. Алексей берет первым и хочет добиться того, чтобы сумма чисел на его карточках делилась на 25. Николай хочет этому помешать. Сможет ли Алексей добиться своей цели?

3. Существует ли описанный 27-угольник, длины сторон которого равны 1, 2, …, 27? (Стороны могут располагаться в произвольном порядке.)

4. Несколько человек разного возраста сыграли несколько партий в настольный теннис. Каждый игрок сыграл по одной партии с четырьмя другими игроками, ничьих в настольном теннисе не бывает. Докажите, что либо найдется игрок, выигравший хотя бы у двух соперников старше его, либо найдется игрок, выигравший хотя бы у двух соперников младше его.

5. Докажите, что значение выражения

$$\left[\frac{n}{1}\right]+\left[\frac{n}{2}\right]+\ldots+\left[\frac{n}{n}\right]+\left[\sqrt{n}\right]$$

четно при любом натуральном n.

6. Центр I вписанной окружности остроугольного треугольника ABC лежит на биссектрисе острого угла между высотами AA_1 и CC_1. Пусть L — основание биссектрисы угла B треугольника ABC. Докажите, что I — центр описанной окружности треугольника LA_1C_1.

7. В государстве 100 городов. Требуется соединить некоторые пары городов двусторонними авиарейсами так, чтобы от любого города можно было бы долететь (возможно, с пересадками) до любого другого и чтобы для любых четырех городов A, B, C, D, для которых есть рейсы AB, BC, CD, был и рейс AD. Сколько существует способов это сделать?