

Серия 7 Разной.

1. На доске 2017×2017 можно выделить любой прямоугольник, где есть клетки двух цветов, и перекрасить все клетки в нём в противоположный цвет. Можно ли такими операциями доску, покрашенную в шахматном порядке, сделать полностью белой?

2. $a\sqrt{a^2 + c^2} + b\sqrt{b^2 + c^2} \leq a^2 + b^2 + c^2$

3. Найдите все пары простых чисел (p, q) удовлетворяющих уравнению $1999 + q^2 = 2^p$

4. Дан шестиугольник $ABCDEF$ такой, что $AB = BC$, $CD = DE$, $EF = AF$, а углы A и C прямые. Докажите, что BE перпендикулярно DF

5. Существуют ли такие натуральные числа $a_1 < a_2 < \dots < a_{2017}$, что $[a_1, a_2] > [a_2, a_3] > \dots > [a_{2016}, a_{2017}]$?

6. В компании из $2n + 1$ человека для любых n человек найдётся отличный от них человек, знакомый с каждым из них. Докажите, что в этой компании есть человек, знающий всех.

7. для $n = 1, 2, 3$ будем называть числом n -го типа любое число, которое либо равно 0, либо входит в бесконечную геометрическую прогрессию $1, (n + 2), (n + 2)^2, \dots$, либо является суммой нескольких различных её членов. Докажите, что любое натуральное число можно представить в виде суммы числа первого типа, числа второго типа и числа третьего типа.

Серия 7 Разной.

1. На доске 2017×2017 можно выделить любой прямоугольник, где есть клетки двух цветов, и перекрасить все клетки в нём в противоположный цвет. Можно ли такими операциями доску, покрашенную в шахматном порядке, сделать полностью белой?

2. $a\sqrt{a^2 + c^2} + b\sqrt{b^2 + c^2} \leq a^2 + b^2 + c^2$

3. Найдите все пары простых чисел (p, q) удовлетворяющих уравнению $1999 + q^2 = 2^p$

4. Дан шестиугольник $ABCDEF$ такой, что $AB = BC$, $CD = DE$, $EF = AF$, а углы A и C прямые. Докажите, что BE перпендикулярно DF

5. Существуют ли такие натуральные числа $a_1 < a_2 < \dots < a_{2017}$, что $[a_1, a_2] > [a_2, a_3] > \dots > [a_{2016}, a_{2017}]$?

6. В компании из $2n + 1$ человека для любых n человек найдётся отличный от них человек, знакомый с каждым из них. Докажите, что в этой компании есть человек, знающий всех.

7. для $n = 1, 2, 3$ будем называть числом n -го типа любое число, которое либо равно 0, либо входит в бесконечную геометрическую прогрессию $1, (n + 2), (n + 2)^2, \dots$, либо является суммой нескольких различных её членов. Докажите, что любое натуральное число можно представить в виде суммы числа первого типа, числа второго типа и числа третьего типа.