

Серия 9. Метод спуска

0. Докажите иррациональности числа $\sqrt{3}$.
1. Решите в целых числах уравнение $x^3 - 2y^3 - 4z^3 = 0$.
2. Решите в целых числах уравнение $8x^4 + 4y^4 + 2z^4 = t^4$.
3. Числа a и b — натуральные. Докажите, что $(36a + b)(36b + a)$ не является степенью двойки.
4. Решите в целых числах уравнение $15x^2 - 7y^2 = 9$.
5. Решите в целых числах уравнение $x^2 + y^2 + z^2 = 2xyz$.
6. Решите в натуральных числах уравнение $x^2 + (x + 1)^2 = y^2 + 1$.
7. Решите в натуральных числах уравнение $x^2 - 5x + 7 = 3^y$.
8. $a_1, a_2, \dots, a_n$ — набор попарно различных натуральных чисел ($n > 2$). Из него получается новый набор $\frac{a_1+a_2}{2}, \frac{a_2+a_3}{2}, \dots, \frac{a_{n-1}+a_n}{2}, \frac{a_n+a_1}{2}$; из него — следующий, по тому же правилу, и так далее. Доказать, что через несколько шагов обязательно получится набор, в котором не все числа будут целыми.

Серия 9. Метод спуска

0. Докажите иррациональности числа $\sqrt{3}$.
1. Решите в целых числах уравнение $x^3 - 2y^3 - 4z^3 = 0$.
2. Решите в целых числах уравнение $8x^4 + 4y^4 + 2z^4 = t^4$.
3. Числа a и b — натуральные. Докажите, что $(36a + b)(36b + a)$ не является степенью двойки.
4. Решите в целых числах уравнение $15x^2 - 7y^2 = 9$.
5. Решите в целых числах уравнение $x^2 + y^2 + z^2 = 2xyz$.
6. Решите в натуральных числах уравнение $x^2 + (x + 1)^2 = y^2 + 1$.
7. Решите в натуральных числах уравнение $x^2 - 5x + 7 = 3^y$.
8. $a_1, a_2, \dots, a_n$ — набор попарно различных натуральных чисел ($n > 2$). Из него получается новый набор $\frac{a_1+a_2}{2}, \frac{a_2+a_3}{2}, \dots, \frac{a_{n-1}+a_n}{2}, \frac{a_n+a_1}{2}$; из него — следующий, по тому же правилу, и так далее. Доказать, что через несколько шагов обязательно получится набор, в котором не все числа будут целыми.

Серия 9. Метод спуска

0. Докажите иррациональности числа $\sqrt{3}$.
1. Решите в целых числах уравнение $x^3 - 2y^3 - 4z^3 = 0$.
2. Решите в целых числах уравнение $8x^4 + 4y^4 + 2z^4 = t^4$.
3. Числа a и b — натуральные. Докажите, что $(36a + b)(36b + a)$ не является степенью двойки.
4. Решите в целых числах уравнение $15x^2 - 7y^2 = 9$.
5. Решите в целых числах уравнение $x^2 + y^2 + z^2 = 2xyz$.
6. Решите в натуральных числах уравнение $x^2 + (x + 1)^2 = y^2 + 1$.
7. Решите в натуральных числах уравнение $x^2 - 5x + 7 = 3^y$.
8. $a_1, a_2, \dots, a_n$ — набор попарно различных натуральных чисел ($n > 2$). Из него получается новый набор $\frac{a_1+a_2}{2}, \frac{a_2+a_3}{2}, \dots, \frac{a_{n-1}+a_n}{2}, \frac{a_n+a_1}{2}$; из него — следующий, по тому же правилу, и так далее. Доказать, что через несколько шагов обязательно получится набор, в котором не все числа будут целыми.