7 класс **Олимпиада** 16 сентября 2017

1. В наборе из 10 гирек любые четыре гирьки перевешивают любые три из оставшихся. Обязательно ли любые три гирьки из этого набора перевешивают любые две из оставшихся семи?

2. В многодетной семье у каждого ребёнка спросили: "Сколько у тебя братьев?" Каждый из детей назвал одно натуральное число, а сумма всех названных чисел оказалась равна 35. Сколько может быть детей в этой семье, если все дети ответили правильно?

3. На доске написаны числа $1, 2, \ldots, 10$. За одну операцию можно прибавить к любым двум из них по 1. Можно ли за несколько таких операций сделать все числа равными?

4. Рома переставил цифры в некотором натуральном числе и получил число в 3 раза меньше исходного. Докажите, что исходное число делилось на 27.

5. На столе лежат две кучки по 25 спичек в каждой. Петя и Вася играют в такую игру. Первым ходом Петя перекладывает одну спичку из какой-то кучки в другую, затем Вася тоже перекладывает одну спичку из какой-то кучки в другую. Вторым ходом Петя, а потом Вася, перекладывают уже по две спички, третьим ходом — по три, и так далее. Побеждает тот, после хода которого либо все спички впервые окажутся в одной кучке, либо соперник не сможет сделать свой ход. Придумайте для одного из игроков стратегию — как ему играть, чтобы всегда выигрывать (при любой игре его соперника).

6. Какое наибольшее количество чисел можно выбрать среди натуральных чисел, не превосходящих 100, так, чтобы ни сумма, ни произведение никаких двух различных выбранных чисел не делились на 100?

7. Некоторые числа представимы в виде суммы $\overline{abc} + \overline{ab} + a$, а некоторые — нет. (Например, число 1101 представимо, поскольку $1101 = 993 + 99 + 9$. А числа 220 и 1514 — не представимы.) Сколько существует трёхзначных чисел, представимых в виде суммы $\overline{abc} + \overline{ab} + a$?

7 класс **Олимпиада** 16 сентября 2017

1. В наборе из 10 гирек любые четыре гирьки перевешивают любые три из оставшихся. Обязательно ли любые три гирьки из этого набора перевешивают любые две из оставшихся семи?

2. В многодетной семье у каждого ребёнка спросили: "Сколько у тебя братьев?" Каждый из детей назвал одно натуральное число, а сумма всех названных чисел оказалась равна 35. Сколько может быть детей в этой семье, если все дети ответили правильно?

3. На доске написаны числа $1, 2, \ldots, 10$. За одну операцию можно прибавить к любым двум из них по 1. Можно ли за несколько таких операций сделать все числа равными?

4. Рома переставил цифры в некотором натуральном числе и получил число в 3 раза меньше исходного. Докажите, что исходное число делилось на 27.

5. На столе лежат две кучки по 25 спичек в каждой. Петя и Вася играют в такую игру. Первым ходом Петя перекладывает одну спичку из какой-то кучки в другую, затем Вася тоже перекладывает одну спичку из какой-то кучки в другую. Вторым ходом Петя, а потом Вася, перекладывают уже по две спички, третьим ходом — по три, и так далее. Побеждает тот, после хода которого либо все спички впервые окажутся в одной кучке, либо соперник не сможет сделать свой ход. Придумайте для одного из игроков стратегию — как ему играть, чтобы всегда выигрывать (при любой игре его соперника).

6. Какое наибольшее количество чисел можно выбрать среди натуральных чисел, не превосходящих 100, так, чтобы ни сумма, ни произведение никаких двух различных выбранных чисел не делились на 100?

7. Некоторые числа представимы в виде суммы $\overline{abc} + \overline{ab} + a$, а некоторые — нет. (Например, число 1101 представимо, поскольку $1101 = 993 + 99 + 9$. А числа 220 и 1514 — не представимы.) Сколько существует трёхзначных чисел, представимых в виде суммы $\overline{abc} + \overline{ab} + a$?