

Примеры и контрпримеры в стереометрии_2

Все занятия в феврале будут посвящены стереометрии. Основой планиметрии является геометрия треугольников, а основой стереометрии – геометрия тетраэдра. Ближайшие занятия будут посвящены тетраэдрам и их видам. Для того, чтобы вы ними освоились, мы, как обычно, начнем с конструктивов. Сегодняшнее занятие содержит задачи, в которых, как правило, надо привести примеры или контрпримеры к утверждениям о пирамидах и, в частности, о тетраэдрах, либо опровергнуть какое-то утверждение, связанное с ними.

Упражнения и задачи для самостоятельного решения

- 1.** Существует ли пирамида, для которой найдутся ровно семь плоскостей, каждая из которых равноудалена от всех вершин пирамиды?
- 2.** Существует ли многогранник, отличный от правильного тетраэдра, в котором для любых двух вершин найдётся третья, образующая с этими двумя правильный треугольник?
- 3.** Существует ли тетраэдр, все грани которого равнобедренные треугольники, причем никакие две грани не равны?
- 4.** Существует ли тетраэдр, в котором из трех ребер, выходящих из каждой вершины, нельзя составить треугольник?
- 5.** Существует ли тетраэдр, все грани которого: а) различные; б) равные прямоугольные треугольники?
- 6.** Имеются шесть отрезков, причем из любых трех из них можно составить треугольник. Обязательно ли из этих шести отрезков можно составить тетраэдр?
- 7.** а) Три боковых рёбра четырехугольной пирамиды равны 1, 6 и 11. Может ли основание пирамиды быть квадратом?
б) Боковые рёбра четырехугольной пирамиды равны 1, 3, 5, 7 (в каком-то порядке). Может ли основание пирамиды быть прямоугольником?
- 8.** Одна треугольная пирамида находится внутри другой. Может ли сумма длин всех ребер внутренней пирамиды быть больше, чем такая же сумма внешней?
- 9.** Каждая грань тетраэдра – остроугольный треугольник. Обязательно ли каждый его двугранный угол – острый?
- 10.** Существует ли тетраэдр, высоты которого равны 3, 6, 8 и 24?
- 11.** Существует ли тетраэдр, который можно разрезать по ребрам так, чтобы его разверткой оказался: а) квадрат; б) египетский треугольник?