Кружок в "Хамовниках". 2017-2018 учебный год. 9 класс. Группа 9-1.

Серия 17. А насколько вы далеки от того, чтобы понять, на какую тему занятие?

1. При каких натуральных n число $n^4 - 10n + 13$ является точным квадратом?

2. Найдите все такие натуральныk n, для которых существует хотя бы $\frac{n-1}{2}$ таких k, что $n + k^2$ — точный квадрат.

3. Натуральные числа a и b таковы, что $\frac{a}{b} > \sqrt{2}$. Докажите, что $\frac{a}{b} > \sqrt{2} + \frac{1}{4b^2}$.

4. При каких n число $n^3 + 7n + 16$ является степенью двойки?

5. Многочлен $f(x) = x^{2018} + a_{2017}x^{2017} + \ldots + a_1x + a_0$ таков, что при всех натуральных n число $f(n)$ является квадратом натурального числа. Докажите, что существует такой многочлен $g(x)$, что $f(x) = g(x)^2$.

6. Про приведённый многочлен $f(x)$ с целыми коэффициентами известно, что при любом натуральном n уравнение $f(x) = 2^n$ имеет натуральное решение. Докажите, что $f(x)$ — линейный.

7. Назовём число n *далёким от квадратов и кубов*, если для любого натурального k числа $|n - k^2|$ и $|n - k^3|$ больше миллиона. Докажите, что существует бесконечно много далёких от квадратов и кубов степеней двойки.

Якубов.РФ

Кружок в "Хамовниках". 2017-2018 учебный год. 9 класс. Группа 9-1.

Серия 17. А насколько вы далеки от того, чтобы понять, на какую тему занятие?

1. При каких натуральных n число $n^4 - 10n + 13$ является точным квадратом?

2. Найдите все такие натуральныk n, для которых существует хотя бы $\frac{n-1}{2}$ таких k, что $n + k^2$ — точный квадрат.

3. Натуральные числа a и b таковы, что $\frac{a}{b} > \sqrt{2}$. Докажите, что $\frac{a}{b} > \sqrt{2} + \frac{1}{4b^2}$.

4. При каких n число $n^3 + 7n + 16$ является степенью двойки?

5. Многочлен $f(x) = x^{2018} + a_{2017}x^{2017} + \ldots + a_1x + a_0$ таков, что при всех натуральных n число $f(n)$ является квадратом натурального числа. Докажите, что существует такой многочлен $g(x)$, что $f(x) = g(x)^2$.

6. Про приведённый многочлен $f(x)$ с целыми коэффициентами известно, что при любом натуральном n уравнение $f(x) = 2^n$ имеет натуральное решение. Докажите, что $f(x)$ — линейный.

7. Назовём число n *далёким от квадратов и кубов*, если для любого натурального k числа $|n - k^2|$ и $|n - k^3|$ больше миллиона. Докажите, что существует бесконечно много далёких от квадратов и кубов степеней двойки.