

Серия 8. Разнобой-3.

1. Известно, что $2x + 3y + 4z = 29$. Какое наименьшее значение может принимать $x^2 + y^2 + z^2$?

2. Дан вписанный четырёхугольник $ABCD$. Лучи AB и DC пересекаются в точке K . Оказалось, что точки B , D , а также середины отрезков AC и KC лежат на одной окружности. Чему может быть равен угол ADC ?

3. В ряд стоят 2015 чашек. За одну операцию разрешается выделить четыре подряд идущие чашки и поставить их на те же места в противоположном порядке ($1234 \rightarrow 4321$). Можно ли с помощью таких операций переставить все чашки в порядке, противоположном к исходному?

4. В городе Угрюмове проживает два миллиона человек, которые мало общались друг с другом. Тем не менее, среди любых двух тысяч человек есть трое попарно знакомых. Докажите, что найдут четверо попарно знакомых человек.

5. Докажите, что квадрат нельзя разрезать на равные прямоугольные треугольники с углом 30° .

6. Докажите, что существует бесконечно много таких натуральных n , что наименьший простой делитель числа $n! + 1$ больше $n + 2017$.

7. Вписанный многоугольник разрезали диагоналями на треугольники. Докажите, что сумма радиусов окружностей, вписанных в эти треугольники, одинакова для всех триангуляций.