

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

[illegible]

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

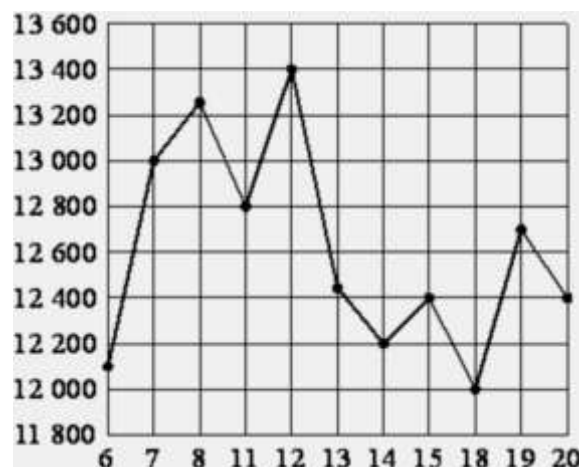
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** В школе французский язык изучают 90 учащихся, что составляет 24% от числа всех учащихся школы. Сколько учащихся в школе?

Ответ: _____.

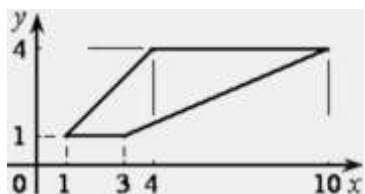
- 2 На рисунке жирными точками показана цена тонны никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена тонны никеля на момент закрытия торгов была наименьшей за указанный период.



Ответ: _____.



- 3 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: _____.

- 4 В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают шестерых человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

Ответ: _____.

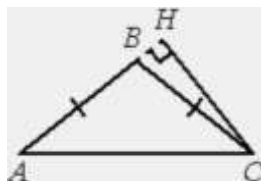
- 5 Найдите корень уравнения

$$3^{\log_2(2x-9)} = 3.$$

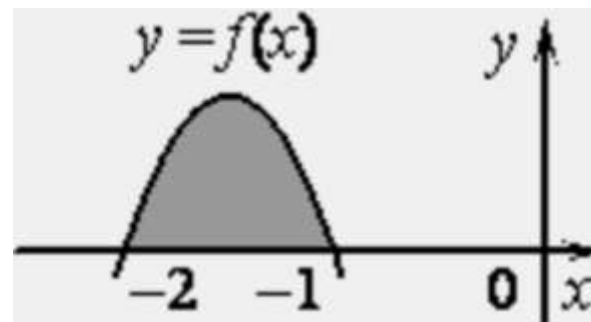
Ответ: _____.

- 6 В треугольнике ABC $AB = BC$, $AC = 14$, высота CH равна 7. Найдите синус угла ACB .

Ответ: _____.

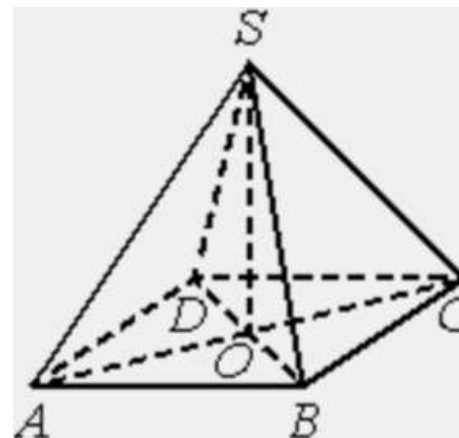


- 7 На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Функция $F(x) = -x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 6x + 2$ — одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



Ответ: _____.

- 8 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S точка O — центр основания, $SO = 48$, $SC = 73$. Найдите длину отрезка AC .



Ответ: _____.



9

Найдите значение выражения

$$\frac{21(\sin^2 66^\circ - \cos^2 66^\circ)}{\cos 132^\circ}.$$

Ответ: _____.

10

Груз массой 0,38 кг колеблется на пружине. Его скорость v (в м/с) меняется по закону $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$, где t – время с момента начала колебаний в секундах, $T = 8$ с – период колебаний, $v_0 = 2$ м/с. Кинетическая энергия E (в Дж) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m – масса груза (в кг), v – скорость груза (в м/с). Найдите кинетическую энергию груза через 7 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: _____.

11

Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: _____.

12

Найдите точку минимума функции $y = 1,5x^2 - 30x + 48 \cdot \ln x + 4$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$2 \cos 2x + 4 \cos \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi \right].$$

14

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона AB основания равна 6, а боковое ребро AA_1 равно 3. На рёбрах AB и B_1C_1 отмечены точки K и L соответственно, причём $AK = B_1L = 2$. Точка M – середина ребра A_1C_1 . Плоскость γ параллельна прямой AC и содержит точки K и L .

а) Докажите, что прямая BM перпендикулярна плоскости γ .б) Найдите объём пирамиды, вершина которой – точка M , а основание – сечение данной призмы плоскостью γ .

15

Решите неравенство

$$\frac{10^x - 25 \cdot 2^x - 2 \cdot 5^x + 50}{5x - x^2 - 4} \geq 0.$$

16

В треугольнике ABC точки A_1 , B_1 и C_1 – середины сторон BC , AC и AB соответственно, AH – высота, $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle BCA = 45^\circ$.

а) Докажите, что точки A_1 , B_1 , C_1 и H лежат на одной окружности.б) Найдите A_1H , если $BC = 4\sqrt{3}$.

- 17 Владимир является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $4t$ единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $5t$ единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Владимир платит рабочему 500 рублей.

Владимиру нужно каждую неделю производить 410 единиц товара. Какую наименьшую сумму придётся тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\log_{1-x}(3 - a - x) = 2$ имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку $[-2; 1)$.

- 19 На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 60 и меньше 140.

- а) Может ли на доске быть 5 чисел?
б) Может ли на доске быть 6 чисел?
в) Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их четыре?

О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100 баллов» <https://vk.com/ege100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!
Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642_35994898
(также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	6 лет репетиторской деятельности
Регалии:	Основатель и руководитель проекта Школа Пифагора
Аккаунт ВК:	https://vk.com/eugene10
Сайт и доп. информация:	https://youtube.com/ШколаПифагора

