Экономико-математическая школа, 2017-2018 учебный год, спецкурс "Математика по..."

Домашнее задание по теме:

Обратная тригонометрия

Обязательное домашнее задание

1. Решить систему уравнений: $\begin{cases} 3\sin x + \cos y = 0, \\ 6\cos x - 2\sin y = 7 \end{cases}$

2. Найти все решения системы $\begin{cases} \sin x \cos y = 1/4, \\ \cos x \sin y = -1/4 \end{cases}$ удовлетворяющие неравенствам $-\pi/2 \leqslant x \leqslant \pi/2$; $-\pi/2 \leqslant y \leqslant \pi/2$.

3. Решить $x + (1/8)\arcsin(\sin 17x - 2\sin 5x \sin 3x) = \pi/16$.

4. Найти все $x \in [-3; 1]$, для которых неравенство $x[\pi(x+1) - 4\,\mathrm{arctg}\,(3m^2 + 12m + 11)] > 0$ выполнено во всех целочисленных точках.

5. Найти периметр фигуры, заданной на координатной плоскости условиями
$$\begin{cases} 2|x-2| \arcsin{(y+1)^2} \leqslant \pi(2-x), \\ 2|y+1| + x \geqslant 0 \end{cases}$$

6. Решить уравнение $\arcsin\dfrac{6x-7}{2x-1} = 2\pi - \pi x$.

7. Решить неравенство $\arccos{(2x)} + \arccos{(1-x)} > \arccos{(1/3)}$.

8. Сравнить $\arcsin{(4/5)}$ и $3\pi/10$.

9. Найти все значения k, при которых хотя бы одна общая точка графиков функций $y = -(2/3) - \arcsin x$ и $y = -(2/3) - 2\,\mathrm{arctg}\,(kx)$ имеет положительную ординату.

10. Найти, при каких целочисленных k система
$$\begin{cases} (\mathrm{arctg}\, x)^2 + (\arccos y)^2 = \pi^2 k, \\ \mathrm{arctg}\, x + \arccos y = \pi/2 \end{cases}$$
имеет решения. Найти эти решения.

Экономико-математическая школа, 2017-2018 учебный год, спецкурс "Математика по..."

Домашнее задание по теме:

Обратная тригонометрия

Дополнительное домашнее задание

1. $$\begin{cases} x^2y^2 - y^2 + 1 = 0, \\ \dfrac{1}{x^2} + y^2 \leqslant 6, \\ (\sqrt{3}+1)(1+\cos(xy)\sin(xy)) = (\sqrt{3}+1)\sin^2(xy) + \cos(2xy) \end{cases}$$

2. Найти все значения параметра b, при каждом из которых оба неравенства $x^2 + y^2 + 1 > 2bx + 2y + b - b^2$; $2b\cos 2(x-y) + 8b^2\cos(x-y) + 8b^2(b+1) + 5b < 0$ выполняются при любых x и y.

3. Найти все значения параметра a, при которых фигура, заданная на координатной плоскости условием $|y| \leqslant \left(\left(\sqrt{a-|x|}\right)^2 + \arcsin\sin(a-|x|)\right)$, представляет собой 14-угольник.

4. При каких значениях параметра a система $\begin{cases} \cos x \sin y = -\dfrac{1}{z^2} \\ \cos y \sin x = \dfrac{4(x-y)^2}{(a+\pi)^2} \\ \cos(x+y) = \dfrac{4(x-y)}{z(a+\pi)} \end{cases}$ имеет одно решение, удовлетворяющее условиям $0 \leqslant x \leqslant \pi/2$, $z > 0$?

5. Найти, при каких значениях параметров a и b имеет решения система
$$\begin{cases} 1 + \operatorname{tg} bz \cdot \sin^2 xy + \cos 2xy \leqslant (\cos x + \sin ay)|\sin 2xy|, \\ 2 + 2\sqrt{\operatorname{tg} bz} \cdot \cos b(x+y) + \cos 2b(x+y) = 0 \end{cases}$$