

Домашнее задание по теме:

Ограниченность. Метод мажорант

Обязательное домашнее задание

1. Решить систему:
$$\begin{cases} 2^{1+\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = 4 \cos^2 y, \\ \log_{0,5}(\sin z) + \sin^2 y = 1 \end{cases}$$
2. Решить систему:
$$\begin{cases} \sin x \cos y \sin(x+y) + 1/8 = 0, \\ x = y + z \end{cases}$$
3. При каких значениях параметра a уравнение $\left| \frac{x^2 - 4ax + 4a^2 - 1}{x - 2a} \right| + x^2 - 2x + 1 = 0$ имеет хотя бы одно решение?
4. В зависимости от значений параметра a решить уравнение $x^2 + 4x \cos(ax) + 4 = 0$.
5. При каких значениях параметра a из интервала $(2; 5)$ уравнение
$$\log_2(3 - |\sin(ax)|) = \cos(\pi x - \pi/6)$$
 имеет хотя бы одно решение x такое, что $2 \leq x \leq 3$?
6. При каких значениях параметра a уравнение $(x^2 + 9) \cos(ax) = 2(x^2 - 3x + 9)$ имеет решения? Найти эти решения.
7. Найти все значения параметра a , при которых неравенство
$$|3 \sin^2 x + 2a \sin x \cos x + \cos^2 x + a| \leq 3$$
 выполняется при любых значениях x .
8. При каких значениях параметра p система
$$\begin{cases} x^2 + 2px + 4p^2 - 5p + 3 \leq 4 \sin y - 3 \cos y, \\ 0 \leq y \leq 2\pi \end{cases}$$
 имеет единственное решение?
9. Найти все целые k , при которых уравнение $\cos(kx) = 1 + 2 \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)$ имеет решения. Найти эти решения.
10. Решить неравенство $\log_{0,5}(1+x) + \arccos(x+y^2) \leq -1$.

Домашнее задание по теме:

Ограниченность. Метод мажорант

Дополнительное домашнее задание

1. В зависимости от значений параметра a решить уравнение

$$4 \cos x \sin a + 2 \sin x \cos a - 3 \cos a = 2\sqrt{7}$$

2. Для каждого значения параметра a найти все значения x , удовлетворяющие равенству

$$(1 + (a + 2)^2) \log_3 (2x - x^2) + (1 + (3a - 1)^2) \log_{11} \left(1 - \frac{x^2}{2}\right) = \log_3 (2x - x^2) + \log_{11} \left(1 - \frac{x^2}{2}\right)$$

3. Найти все пары чисел $(x; y)$, удовлетворяющие условию

$$\sqrt{2 - |y|}(5 \sin^2 x - 6 \sin x \cos x - 9 \cos^2 x + 3\sqrt[3]{33}) = \arcsin^2 x + \arccos^2 x - 5\pi^2/4$$

4. Найти все решения системы уравнений
$$\begin{cases} \sin x = \log_2 \left| \frac{y \sin x}{1 + 3y} \right| \\ (6y^2 + 2y)(4^{\sin^2 x} + 4^{\cos^2 x}) = 25y^2 + 6y + 1 \end{cases}$$

5. При каких значениях параметра a неравенство

$$(3 + 2\sqrt{2})^x + (a^4 + 6 - 4a^2)(3 - 2\sqrt{2})^x + 2^{2y} - a \cdot 2^{y+1} + a^2 - \sqrt{8} \leq 0$$

имеет хотя бы одно решение?