

Показательные уравнения и неравенства

Обязательное домашнее задание

1. При каких действительных p имеет решение уравнение $4^x + 2^{x+2} + 7 = p - 4^{-x} - 2 \cdot 2^{1-x}$?
2. В зависимости от значений параметра a решить уравнение $4^x - 2a(a+1) \cdot 2^{x-1} + a^3 = 0$.
3. При всех значениях параметра a решить уравнение $25^x - (a-1) \cdot 5^x + 2a + 3 = 0$ и указать при каких a оно имеет единственное решение.
4. В зависимости от значений параметра a решить уравнение $9^{-|x-2|} - 4 \cdot 3^{-|x-2|} - a = 0$.
5. В зависимости от значений параметра a решить уравнение $\sqrt{a(2^x - 2)} + 1 = 1 - 2^x$.
6. Для всех значений параметра a решить неравенство $3^{\sqrt{x+1}} > 2^{a-1}$.
7. В зависимости от значений параметра a решить неравенство $(a+1) < (a+2) \cdot 3^{\sqrt{x-1}}$.
8. В зависимости от значений параметра a решить неравенство $\frac{a^x}{a^x - 1} > \frac{1 + a^{-x}}{1 - 2a^{-x}}$.
9. В зависимости от значений параметра a решить неравенство $a^{x+2} + 8a^{x-1} - 4/a > a - 2$.
10. Найти все значения параметра a , при которых имеет хотя бы одно решение неравенство $4^x - a \cdot 2^x - a + 3 \leq 0$.

Дополнительное домашнее задание

1. В зависимости от положительных значений параметров a и b решить уравнение $a^{x+2} = b^{x-3}$.
2. При каких значениях параметра p уравнение $4(x - \sqrt{p \cdot 4^p})x + 4(4^p - 1) + p = 0$ имеет корни и каковы знаки этих корней при различных значениях параметра p ?
3. При каких значениях параметров a и b имеет решения система

$$\begin{cases} ax + by = 7, \\ 3^{2(x-y)} - 6 \cdot 3^{-2x} - 3^{-y} > 0 \end{cases}$$

4. При каких значениях параметра a каждое решение неравенства $(0, 4)^{x^2+1} \geq (6, 25)^{a-3x}$ является решением неравенства $x^2 - 6x + 4 < a^2$?
5. Найти все значения параметра a , при которых неравенство $9^x < 20 \cdot 3^x + a$ не имеет ни одного целочисленного решения.