

Рациональные уравнения и неравенства

Обязательное домашнее задание

1. Решить уравнение $x^4 + x^3 - 3ax^2 - 2ax + 2a^2 = 0$.
2. Решить уравнение $(x + a)(x + 2a)(x + 3a)(x + 4a) = b^4$.
3. В зависимости от значений параметра a определить количество корней уравнения $x^4 + (1 - 2a)x^2 + a^2 - 1 = 0$.
4. Решить уравнение $\frac{x+2}{3x-a} + \frac{3-x}{3x^2+2ax-a^2} = \frac{3x+2}{x+a}$
5. Решить уравнение $\frac{2a+b}{a+x} + \frac{2a-b}{a-x} = \frac{2a}{b}$
6. При каких значениях параметра a уравнение $(x^2 - 2x)^2 - (a + 2)(x^2 - 2x) + 3a - 3 = 0$ имеет четыре корня?
7. При каких значениях параметра a неравенство $x + \frac{7a^2 - a - 2}{x - a} < -7a$ не имеет решений, больших единицы?
8. Для всех значений параметра a решить неравенство $\frac{2ax + 3}{5x - 4a} < 4$.
9. При каких значениях параметра a множество решений неравенства $(a - x^2)(a + x - 2) < 0$ не содержит ни одного решения неравенства $x^2 \leq 1$?
10. В зависимости от значений параметра a решить неравенство $(x^2 + 2x + 4 - a)(x^2 - 2x - a) < 0$.

Дополнительное домашнее задание

1. В зависимости от значений параметра a найти наименьший корень уравнения $x^3 + 2ax^2 - (a + 1)^2x - 2a(a + 1)^2 = 0$.
2. При каких значениях параметра a три корня уравнения $x^3 + 6x^2 + 11x + a = 0$ составляют арифметическую прогрессию?
3. В зависимости от значений параметра a решить уравнение $x^4 + 4a^3x - a^4 = 0$.
4. В зависимости от значений параметра a решить уравнение $(x + 2a)(x + 3a)(x + 8a)(x + 12a) = 4a^2x^2$.
5. При каких значениях параметра a все решения уравнения

$$x^4 + (x + 1)((3a - 2)x^2 + (2a^2 - a - 3)(x + 1)) = 0$$

принадлежат отрезку $[-3; 0]$?