

Домашнее задание по теме:

Симметрия

Обязательное домашнее задание

1. При каких значениях параметра a неравенство $16x^2 + axy - y \geq x - 16y^2 - 1/64$ справедливо для любых пар $(x; y)$, для которых $|x| = |y|$?

2. При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} x = \sqrt{a+1} \cdot y^2, \\ y^4 - (a-3)\sqrt{a+1}x + a^4 - 6a^3 + 3a^2 + 26a - 24 = 0 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения?

3. При каких значениях параметра a система $\begin{cases} 3 \cdot 2^{|x|} + 5|x| = 3y + 5x^2 + 3a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ имеет единственное решение?

4. Найти все значения параметра a , при которых уравнение $|x(3^x - 1)(3^x + 1)^{-1} - 2a| = a^2 + 1$ имеет нечетное число решений.

5. При каких значениях параметра a уравнение $2x^2 - \operatorname{arctg}(\cos x) + a^2 = 0$ имеет единственное решение?

6. Найти все значения параметра a , при которых имеет единственное решение система

$$\begin{cases} (3 - \sqrt{8})^y + (3 + \sqrt{8})^y - 3a = x^2 + 6x + 5, \\ y^2 - (a^2 - 5a + 6)x^2 = 0, \\ -6 \leq x \leq 0 \end{cases}$$

7. Найти все значения параметра a , при которых система $\begin{cases} y \geq (x - a)^2, \\ x \geq (y - a)^2 \end{cases}$ имеет единственное решение.

8. Найти все значения параметра a , при которых система $\begin{cases} (x - y)^2 = 6a - 14, \\ x^2 + y^2 = 3(2 + a) \end{cases}$ имеет два решения.

9. Найти все значения параметров a и b , при которых среди корней уравнения

$$(a^2 + 2ab - b^2 - 7)^2 - (2a^2 - 5ab + b^2 + 1)(x - 7)5^x + \operatorname{tg}^2 x = 0$$

есть два различных корня с равными абсолютными значениями.

10. Доказать, что график функции $y = 2x + \log_2 \left(\frac{x^2 + 2x}{x^2 + 10x + 24} \right)$ имеет центр симметрии, и найти его координаты $(x; y)$.

Домашнее задание по теме:

Симметрия

Дополнительное домашнее задание

1. При каких значениях параметра a уравнение $(x - a)^2(a(x - a)^2 - a - 1) = -1$ имеет больше положительных корней, чем отрицательных?
2. Множество M состоит из таких точек $(a; b)$ координатной плоскости, что $|a| \neq 1$, а уравнение $(3a - 4b + 15)x^4 + (7a - 24b + 35)x^2 + |a^2 - 1| + a^2 - 1 = 0$ имеет ровно три решения. Доказать, что множество M является внутренней областью многоугольника, в который можно вписать окружность. Найти координаты центра этой окружности.
3. При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} z \cos(x - y) + (2 + xy) \sin(x + y) - z = 0, \\ x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = a + 2x, \\ (x + y + a \sin^2 z)[(1 - a) \ln(1 - xy) + 1] = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение?

4. Найти все значения параметра a , при которых уравнение

$$9^{-x+1} \cdot 3^{x^2} + a^3 + 5a^2 + \sqrt{2} = \sin \frac{\pi x}{4} + \cos \frac{\pi x}{4} + 3$$

имеет единственное решение.

5. Найти все значения параметров a и b , при которых система

$$\begin{cases} |bx| - |y| = 2a, \\ (x - b)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.