

Тригонометрические уравнения и неравенства

Обязательное домашнее задание

1. В зависимости от значений параметра a решить уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a \sin 4x$.
2. В зависимости от значений параметра a решить уравнение $|\operatorname{tg} x + \operatorname{arctg} x| = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.
3. В зависимости от значений параметра a определить число корней уравнения $\sin^4 x - \cos^4 x = a(\operatorname{tg}^4 x - \operatorname{ctg}^4 x)$, принадлежащих интервалу $(0; \pi/2)$.
4. В зависимости от значений параметра a решить уравнение $\operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg}(\pi/4 - x) = a$.
5. В зависимости от значений параметра a решить уравнение $\frac{\sin x - 1}{\sin x - 2} + a = \frac{\sin x - 2}{\sin x - 3}$.
6. В зависимости от значений параметра a решить уравнение $\sqrt{a + \sqrt{a + \sin x}} = \sin x$.
7. В зависимости от значений параметра a решить неравенство $(a - 2) \sin x > 3a + 4$.
8. При каких значениях параметра a неравенство $||\sin x - 1/3| - 1/3| \leq a$ справедливо для всех x , принадлежащих отрезку $[0; 2\pi/3]$?
9. При каких значениях параметра a не имеет решений неравенство $(a - 1) \sin^2 x + 2(a - 2) \sin x + a + 3 < 0$?
10. Найти все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $|5 \sin^2 x + 2a \sin x \cos x + \cos^2 x + a + 1| \leq 6$ выполняется для любых значений x .

Дополнительное домашнее задание

1. В зависимости от значений параметров a и b решить уравнение $\sqrt{\operatorname{tg} x - 2a} - \sqrt{\operatorname{tg} x - 2b} = 2$.
2. При каких значениях параметров a и b имеет единственное решение уравнение $|x + \cos^2 4a - 2 \sin a \cos^4 4a| + |x - \sin^2 a| = b(a + 3\pi/2)$
3. Найти все неотрицательные действительные значения параметра a , при которых в области $(y + 2)^2 - 4x \leq 0$ лежат ровно три точки графика функции
$$y = 2x \left(\sqrt{\cos(2\pi x) - \cos^4(\pi x)} - 1 \right) + 2$$
4. При каких A, B, ϕ и ψ выражение $(\sin(x - \pi/3) + 2)^2 + A \cos(x + \phi) + B \sin(2x + \psi)$ принимает постоянное значение для любого x (является константой, не зависящей от x) ?
5. Найти все действительные значения a , при которых область определения функции

$$y = \frac{1}{3 \cos x - 2 \cos^3 x - a\sqrt{2}} \text{ совпадает с областью определения функции}$$

$$y = \frac{1}{\sin^3 x + \cos^3 x - a} - \frac{\sqrt{2}}{3 \cos x - 2 \cos^3 x - a\sqrt{2}}.$$