

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант 113

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КВМ Ответ: -0,6 -0,6 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

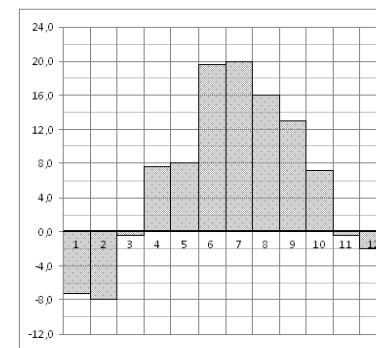
1

В сентябре 1 кг огурцов стоил 50 рублей, в октябре огурцы подорожали на 20%, а в ноябре еще на 25%. Сколько рублей стоил 1 кг огурцов после подорожания в ноябре?

Ответ: _____

2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру во второй половине 1999 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.

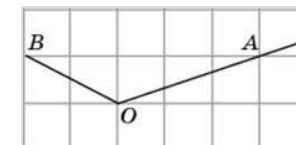


Ответ: _____

3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите тангенс этого угла.

Ответ: _____



4

В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орлов выпало больше, чем решек.

Ответ: _____

5

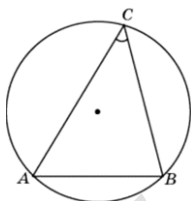
Найдите корень уравнения $\sqrt{6 + 5x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____

6

Радиус окружности равен 1. Найдите величину острого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $\sqrt{2}$. Ответ дайте в градусах.

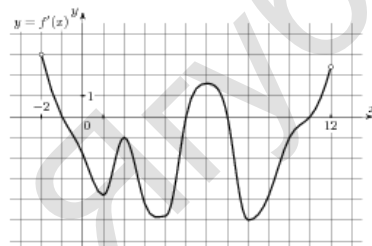
Ответ: _____



7

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

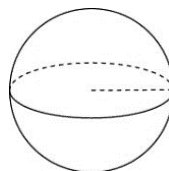
Ответ: _____



8

Объем шара равен 288π . Найдите площадь его поверхности, деленную на π .

Ответ: _____



Часть 2

9

Найдите значение выражения: $\frac{8}{\sin\left(-\frac{27\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{31\pi}{4}\right)}$

Ответ: _____

10

Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 5 \sin \pi t$ (см/с), где t — время в секундах. Какую долю времени из первой секунды скорость движения превышала 2,5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

Ответ: _____

11

Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____

12

Найдите наибольшее значение функции

$$y = \ln x - x^2 + 3$$

на отрезке $[1; 2]$

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$\frac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2 \cos x + \sqrt{3}} = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

14

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер: $AB=2\sqrt{2}$, $AD=6$, $AA_1=10$. На рёбрах AA_1 и BB_1 отмечены точки E и F соответственно, причём $A_1E:EA = 3:2$ и $B_1F:FB = 3:7$. Точка T — середина ребра B_1C_1 .

- а) Докажите, что плоскость EFT проходит через точку D_1 .
б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью EFT .

15

Решите неравенство

$$\lg^4 x - 4 \lg^3 x + 5 \lg^2 x - 2 \lg x \leq 0$$

16

Диагонали равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD перпендикулярны. Окружность с диаметром AD пересекает боковую сторону CD в точке M , а окружность с диаметром CD пересекает основание AD в точке N . Отрезки AM и CN пересекаются в точке P .

- а) Докажите, что в четырёхугольник $ABCP$ можно вписать окружность.
б) Найдите радиус этой окружности, если $BC=7$, $AD=17$.

17

Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20 % по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 7 млн рублей.

18

Найдите значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} yx^2 + y^2 = 2y - 7x^2 + 63 \\ x \geq -3 \\ x + y = a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19

Моток верёвки режут без остатка на куски длиной не меньше 168 см, но не больше 175 см (назовём такие куски стандартными).

- а) Некоторый моток верёвки разрезали на 24 стандартных куска, среди которых есть куски разной длины. На какое наибольшее число одинаковых стандартных кусков можно было бы разрезать тот же моток верёвки?
б) Найдите такое наименьшее число l , что любой моток верёвки, длина которого больше l см, можно разрезать на стандартные куски.