

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант 111

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КВМ Ответ: -0,6 -0,6 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

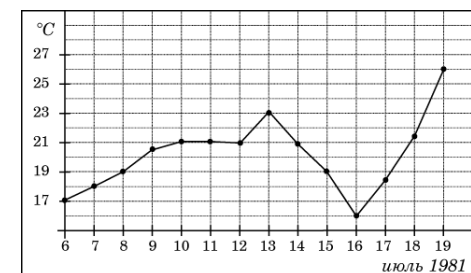
1

Розничная цена учебника 132 рубля, она на 20% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 4000 рублей?

Ответ: _____

2

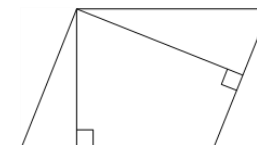
На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднесуточными температурами за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____

3

Стороны параллелограмма равны 5 и 10. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 3. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.



Ответ: _____

4

Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 80 докладов — первые два дня по 12 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвёртым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Ответ: _____

5

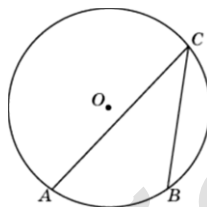
Найдите корень уравнения $\log_5(5 - x) = 2 \log_5 3$

Ответ: _____

6

Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, равную $1/5$ окружности. Ответ дайте в градусах.

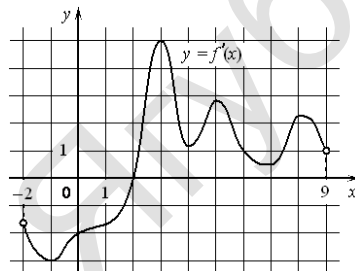
Ответ: _____



7

На рисунке изображён график $y=f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 9)$. В какой точке отрезка $[2; 8]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?

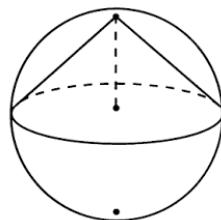
Ответ: _____



8

Около конуса описана сфера. Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Радиус сферы равен $10\sqrt{2}$. Найдите образующую конуса.

Ответ: _____



Часть 2

9

Найдите значение выражения: $0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}}$

Ответ: _____

10

При движении ракеты её видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, где $l_0 = 5$ м — длина покоящейся ракеты, $c = 3 \cdot 10^8$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы её наблюдаемая длина стала не более 4 м? Ответ выразите в км/с.

Ответ: _____

11

Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 45 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 5,4 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 27 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 18 минут? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____

12

Найдите наименьшее значение функции

$$y = 7 \sin x - 8x + 9$$

на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$(2 \sin^2 x + 11 \sin x + 5) \cdot \log_{15}(-\cos x) = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; 2\pi]$

14

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 3. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB=2$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой BD_1 .

а) Докажите, что плоскость α проходит через середину ребра $A_1 B_1$.б) Найдите угол наклона плоскости α к плоскости грани $BB_1 C_1 C$.

15

Решите неравенство

$$(9^x - 2 \cdot 3^x)^2 - 62 \cdot (9^x - 2 \cdot 3^x) - 63 \geq 0$$

16

Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD .

а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .б) Найдите CD , если известны диагонали трапеции: $AC=15$ и $BD=8,5$.

17

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 28 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года. Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платёж составит 9 млн рублей?

18

Найдите значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 20x + y^2 - 20y + 75 = |x^2 + y^2 - 25| \\ x - y = a \end{cases}$$

имеет более одного решения.

19

На доске было написано 20 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых не превосходит 40. Вместо некоторых из чисел (возможно, одного) на доске написали числа, меньшие первоначальных на единицу. Числа, которые после этого оказались равными 0, с доски стёрли.

а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел на доске увеличилось?

б) Среднее арифметическое первоначально написанных чисел равнялось 27. Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться равным 34?

в) Среднее арифметическое первоначально написанных чисел равнялось 27. Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.