

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

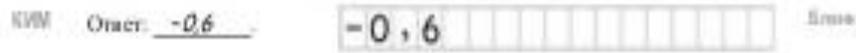
Вариант 107

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

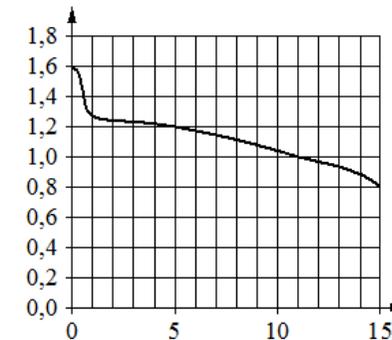
1

Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 120 рублей за штуку и продаёт с наценкой 20%. Какое наибольшее количество таких горшков можно купить в этом магазине на 1100 рублей?

Ответ: _____

2

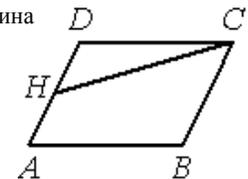
При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, на сколько вольт упадёт напряжение за первые 11 часов работы фонарика.



Ответ: _____

3

Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 30. Точка H — середина стороны AD . Найдите площадь трапеции $AHCB$.



Ответ: _____

4

В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Ответ: _____

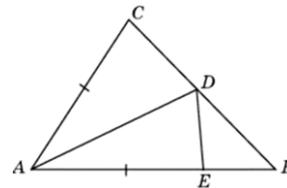
5

Найдите корень уравнения $7^{5-2x} = 0,49 \cdot 10^{5-2x}$

Ответ: _____

6

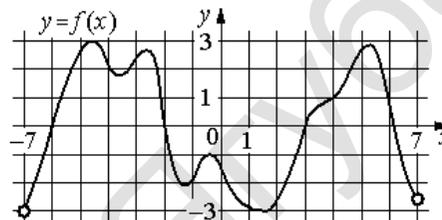
В треугольнике ABC угол B равен 45° , угол C равен 85° , AD — биссектриса, E — такая точка на AB , что $AE=AC$. Найдите угол BDE . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____

7

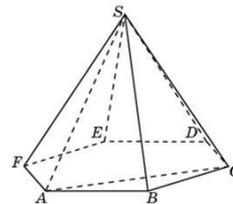
На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-7; 7)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



Ответ: _____

8

Объём треугольной пирамиды $SABC$, являющейся частью правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$, равен 1. Найдите объём шестиугольной пирамиды.



Ответ: _____

Часть 2

9

Найдите значение выражения: $\frac{-7}{\sin^2 13^\circ + \cos^2 193^\circ}$

Ответ: _____

10

По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$, где ε — ЭДС источника (в вольтах), $r=1$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания $I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}$? (Ответ выразите в омах.)

Ответ: _____

11

Из городов A и B навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в B на 3 часа раньше, чем велосипедист приехал в A , а встретились они через 48 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?

Ответ: _____

12

Найдите наименьшее значение функции

$$y = e^{2x} - 6e^x + 3$$

на отрезке $[1; 2]$

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$2x \cdot \cos x - 8 \cos x + x - 4 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{\pi}{2}; \pi]$

14

$SABCD$ — правильная пирамида с вершиной S . Из точки B опущен перпендикуляр BH на плоскость SAD .

- а) Доказать, что угол $AHC = 90^\circ$.
 б) Найдите объем пирамиды, если $HA = 1$ и $HC = 7$.

15

Решите неравенство

$$\frac{27^{x+\frac{1}{3}} - 10 \cdot 9^x + 10 \cdot 3^x - 5}{9^{x+\frac{1}{2}} - 10 \cdot 3^x + 3} \leq 3^x + \frac{1}{3^x - 2} + \frac{1}{3^{x+1} - 1}$$

16

Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . На катете AC взята точка M . Окружность с центром O и диаметром CM касается гипотенузы в точке N .

- а) Докажите, что прямые MN и BO параллельны.
 б) Найдите площадь четырехугольника $BOMN$, если $CN = 4$ и $AM:MC = 1:3$.

17

Первичная информация разделяется по серверам №1 и №2 и обрабатывается на них. С сервера №1 при объеме t^2 Гбайт входящей в него информации выходит $20t$ Гбайт, а с сервера №2 при объеме t^2 Гбайт входящей в него информации выходит $21t$ Гбайт обработанной информации; $25 < t < 55$. Каков наибольший общий объем выходящей информации при общем объеме входящей информации в 3364 Гбайт?

18

Найдите значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy - 4y + 2x + 4)\sqrt{x+4}}{\sqrt{5-y}} = 0 \\ x + y - a = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19

Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.

- а) На доске выписан набор $-8, -5, -4, -3, -1, 1, 4$. Какие числа были задуманы?
 б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 2 раза. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?
 в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?