И.Ф. ШАРЫГИН В.И. ГОЛУБЕВ

ФАКУЛЬТАТИВНЫЙ КУРС ПО МАТЕМАТИКЕ

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ
ДЛЯ 11 КЛАССА
СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ**

*Рекомендовано
Главным учебно-методическим управлением
общего среднего образования
Госкомитета СССР по народному образованию*

МОСКВА «ПРОСВЕЩЕНИЕ» 1991

Если в неравенстве фигурирует логарифмическая функция, содержащая неизвестное в основании, то обычно рассматриваются два случая: основание больше 1 и основание меньше 1 (но больше нуля).

15. *Решить неравенство:* $\log_{4x^2}(5x+6)>1$.

Решение. Рассмотрим два случая:

1) $4x^2>1$. Тогда $5x+6>4x^2$ (при потенцировании сохраняем знак неравенства). Решая систему из двух неравенств, находим $-\frac{3}{4}<x<-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}<x<2$.

2) $4x^2<1$. Тогда $5x+6<4x^2$ (знак неравенства меняется).

К этим двум неравенствам следует добавить еще два: $x^2>0$ (т. е. $x\neq 0$) и $5x+6>0$ (область определения). Заметим, что в первом случае нет необходимости в добавлении аналогичных неравенств. Полученная система неравенств несовместна.

Ответ. $-\frac{3}{4}<x<-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}<x<2$.

Обратите внимание, что в этом неравенстве правильный ответ можно получить, не рассматривая второй случай. Ясно, однако, что его отсутствие является грубой ошибкой.

При использовании для решения рассматриваемых неравенств метода интервалов полезно запомнить две следующие рекомендации:

Выражение a^b-a^c при $a>1$ имеет тот же знак, что $(b-c)$, и противоположный, если $0<a<1$. Оба варианта можно объединить в один: выражения a^b-a^c и $(a-1)(b-c)$ имеют один знак.

Аналогично $\log_a b$ и $(a-1)(b-1)$ также имеют один знак (докажите самостоятельно). Правда, формальная замена множителя $\log_a b$ выражением $(a-1)(b-1)$ приводит к расширению области определения, и об этом нельзя забывать.

16. *Решить неравенство:* $\left(\frac{4x^2}{x^4+1}\right)^{3x^2-x}>\left(\frac{x^4+1}{4x^2}\right)^{x-2}$.

Решение. Имеем $\left(\frac{x^4+1}{4x^2}\right)^{x-2}-\left(\frac{x^4+1}{4x^2}\right)^{-3x^2+x}<0$. Левую часть неравенства заменим на $\left(\frac{x^4+1}{4x^2}-1\right)(x-2-(-3x^2+x))$.

Получаем $(x^4-4x^2+1)(3x^2-2)<0$ (не забудем и про условие $x\neq 0$).

Последнее неравенство решается методом интервалов.

Ответ. $-\sqrt{2+\sqrt{3}}<x<-\sqrt{\frac{2}{3}}$; $-\sqrt{2-\sqrt{3}}<x<0$; $0<x<\sqrt{2-\sqrt{3}}$; $\sqrt{\frac{2}{3}}<x<\sqrt{2+\sqrt{3}}$.

17. *Решить неравенство:* $\frac{\log_{2x}(5x-1)\log_{3x}(7x-1)}{2^{15x^2+2}-2^{11x}}\geqslant 0$.

Решение. Заменяя каждый множитель на выражение того же знака, приходим к неравенству

$$\frac{(2x-1)(5x-2)(3x-1)(7x-2)}{15x^2+2-11x}\geqslant 0$$

при условии $x>\frac{1}{5}$, $x\neq\frac{1}{2}$, $x\neq\frac{1}{3}$. Разложив на множители знаменатель, получим неравенство

$$\frac{(2x-1)(5x-2)(3x-1)(7x-2)}{(3x-1)(5x-2)}\geqslant 0.$$

Ответ. $\frac{1}{5}<x\leqslant\frac{2}{7}$; $x>\frac{1}{2}$.

(С. 52-53)