

Пробный ЕГЭ по математике. Февраль 2018 г.

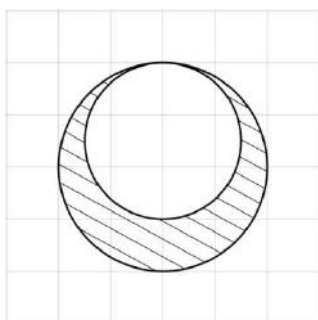
Часть 1. Задания с кратким ответом.

1. Диагональ экрана смартфона равна 4,7 дюйма. Выразите диагональ экрана в сантиметрах, если в одном дюйме 2,54 см. Результат округлите до десятых.
2. На графике показано изменение курса биткоина к рублю в 2017 году. Запишите порядковый номер месяца, в течение которого цена биткоина впервые превысила 600 тысяч рублей.

Курс Биткоина к рублю, график за 2017 год



3. Найдите площадь закрашенной фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ см $\cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}}$ см

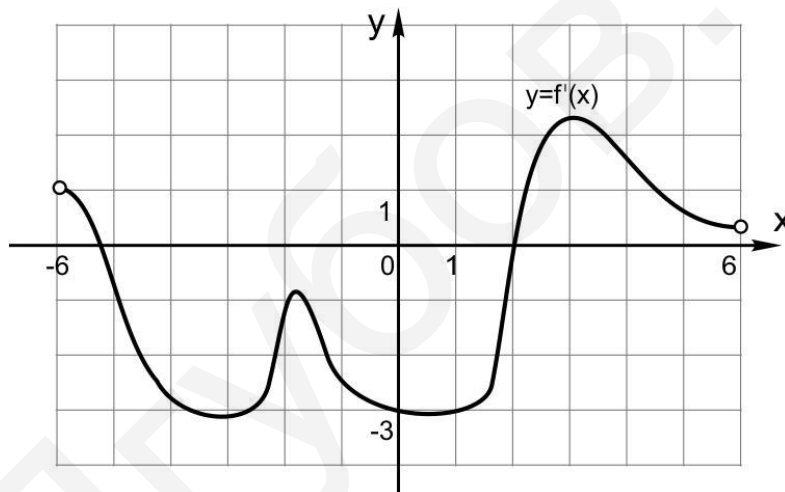


4. (Авторская задача) Два грузовика, работая совместно, вывозят снег с улицы Нижняя Подгорная, причем первый грузовик должен сделать три рейса с грузом снега, а второй - два. Вероятность застрять с грузом снега при подъеме в горку равна 0,2 для первого грузовика и 0,25 - для второго. С какой вероятностью грузовики вывезут снег с улицы Нижняя Подгорная, ни разу не застрыв на горке?

4. Решите уравнение $\sin \frac{\pi(x+9)}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

5. К окружности радиуса 36 проведена касательная из точки, удалённой от центра на расстояние, равное 85. Найдите длину касательной.

6. На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$. В какой точке отрезка $[3; 5]$ функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение?



8. Площадь полной поверхности конуса равна 9, образующая наклонена к основанию под углом 60° . Найти площадь поверхности сферы, вписанной в конус.

9. Найдите значение выражения $\frac{2 \sin(\alpha - 7\pi) + \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\alpha + \pi)}$

10. Ускорение свободного падения (в м/с^2) на поверхности планеты рассчитывается по формуле $g = G \cdot \frac{M_{\text{планеты}}}{(R_{\text{планеты}})^2}$, где G – гравитационная постоянная, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2/\text{с}^2 \cdot \text{кг}$.

Определить ускорение свободного падения на поверхности планеты Плюк, если масса Плюка равна $3,68 \cdot 10^{24} \text{ кг}$, а его радиус равен $4,6 \cdot 10^6 \text{ метров}$.

11. Два поезда движутся навстречу друг другу со скоростями 56 и 52 км/ч. Пассажир, находящийся в первом поезде, замечает, что второй поезд проходит мимо него в течение 15 секунд. Найдите длину второго поезда. Ответ выразите в метрах.

12. Найдите точку максимума функции $y = \log_2(2 + 2x - x^2) - 2$.

Часть 2. Задания с развернутым ответом.

13. (Авторская задача) Дано уравнение:

$$\frac{11 - 6\cos 2x - 16\sin x}{\sqrt{\log_5 \lg x}} = 0$$

- а) Решите уравнение
- б) Найдите все его корни на отрезке $[-4\pi; 0]$.

14. (Авторская задача) На продолжении ребра SA правильного тетраэдра $SABC$ отмечена точка P так, что $SA = 2 AP$. Точки M и N – середины ребер BC и AC соответственно. Прямая PN пересекает ребро SC в точке Q .

- а) Докажите, что плоскость QMN перпендикулярна ребру SC .
- б) Найдите объем треугольной пирамиды $SQMN$, если все ребра тетраэдра равны 4.

15. (Авторская задача)

Решите неравенство:

$$\sqrt{\log_2^2 |x| - \log_2 \frac{x^2}{2}} \geq \frac{1}{3} \log_2 8|x|$$

16. (Авторская задача) Боковая сторона AB трапеции $ABCD$ перпендикулярна основаниям AD и BC . Из точки M , лежащей на стороне AB , опущен перпендикуляр MP на противоположную боковую сторону.

- а) Докажите, что точки M , B , C и P лежат на одной окружности.

б) Найдите площадь трапеции ABCD, если радиус вписанной в нее окружности равен 6, а отношение $AP : DM = 3 : 5$.

17. (Авторская задача) В марте 2014 года Андрей открыл вклад в банке. 1-го января каждого года банк начисляет некоторый постоянный процент q . Затем в марте Андрей пополняет счет таким образом, чтобы сумма денег на счете возрастала согласно следующей таблице:

Март 2014	Март 2015	Март 2016	Март 2017
S	$2S$	$3S$	$4S$

В марте 2017 года Андрей, как обычно, пополнил вклад, а через месяц снял все деньги со счета. Известно, что всего Андрей дополнительно внес сумму, на 140% превышающую исходный вклад. Найдите q .

18. (Авторская задача) При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} y = \sqrt{x(2-x)} \\ (x - ay + 2a)(x - y - a) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 3 решения?

19. Последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($n \geq 3$), состоит из натуральных чисел, причём каждый член последовательности (кроме первого и последнего) больше среднего арифметического соседних (стоящих рядом с ним) членов.

а) Приведите пример такой последовательности, состоящей из пяти членов, сумма которых равна 60.

б) Может ли такая последовательность состоять из пяти членов и содержать два одинаковых числа?

в) Какое наименьшее значение может принимать сумма членов такой последовательности при $n = 8$?